

平成 28 年度 卒業論文

ハブ・モデルを応用した立地と品 揃え・集客力のモデル分析

所属ゼミ 佐橋ゼミ

学籍番号 1131100212

氏名 西森岳人

大阪府立大学現代システム科学域マネジメント学類

要約

日本では、1964年の東京オリンピックの直後からモータリゼーションが進んでいった。高速道路の拡張や舗装道路の増加等の道路整備、一般大衆にも購入可能な価格の大衆車の出現、自動車燃料となる石油低価格化等によって、自動車が利用しやすい環境になったことが原因である。これにより少し距離が遠くても、欲しいもの、より良い品揃えが良いお店に人は集まりやすくなった。しかし、人の心理的、金銭的な感覚から移動費がかからず、より楽に満足したいと考えられる。では、生産者などの売り手はどうであろうか。売り手も消費者と同じように距離が近い方に売りに行きたがるのではないだろうか。つまり、売り手はより消費者が集まる場所に売りに行きたいと考えるが、移動費がかさむと利益がその分失われてしまい、売りに行くインセンティブが失われてしまう。そうするとやはり距離が近く、消費者が集まる場所に売りに行きたいと考えられる。このようなシチュエーションの例として、道の駅やフリーマーケットが挙げられる。このように、店舗立地選択の際には消費者・生産者両方の店舗との距離の視点が必要になるのではないだろうか、そして、両者の距離関係によって、店舗の品揃え・集客力に影響を与えるのではないだろうか。

そこで本稿では、道の駅やフリーマーケットなどをイメージした商業施設の最適な店舗立地を、消費者と生産者両方の集まり度合いに注目した分析を行う。分析を行う上で、消費者の行動についてのモデルであったハフ・モデルを応用し、消費者と生産者とが同時に行動を決定するモデルに拡張する双方向型のモデル分析を行う。消費者・生産者から商業施設までの距離を変化させることで、どのようなグラフ・均衡点が得られるのかを考察していく。第一章では分析に利用するハフ・モデルの紹介とそれまでの小売吸引モデルの発展について紹介する。第二章では一般的な設定の下でのモデルの定式化を行う。そして、第三章で生産者2人・消費者2人・スポット2か所のシンプルなシチュエーションにおけるモデル設定を行い、第四章でモデルの分析を行う。グラフの変化の背景や、グラフの組み合わせから均衡点がどの辺りに出るのかを確認し、生産者・消費者がスポットを訪れる確率を導出する。距離の関係で確率の値がどのように変化するのか、それによりスポットの品揃え・集客力がどのように変化するのかを検証する。第五章で、分析から消費者・生産者と商業施設の距離が近ければ、商業施設を訪れる確率が高くなること、消費者・生産者と商業施設の距離が全て等しければ、消費者と生産者の利用頻度にそれぞれの確率は依存すること、距離の値の組み合わせによって均衡点が2つになったり3つになったりと均衡の変化が得られることをまとめる。

目次

序章	はじめに.....	1
第一章	小売吸引モデルの発展.....	2
第一節	重力モデル、ライリーの法則、コンバースの法則.....	2
第二節	ハフ・モデル.....	3
第二章	一般的な設定の下でのハフ・モデルの拡張.....	5
第一節	モデルの考え方.....	5
第二節	モデルの組み立て.....	6
第三章	シンプルなケースの下でのハフ・モデルの拡張.....	8
第一節	消費者 2 人、生産者 2 人、スポット 2 か所でのシミュレーション	8
第四章	シミュレーションの分析.....	12
第一節	グラフの変化の考察.....	12
第二節	グラフの組み合わせと均衡点の考察.....	21
第五章	終わりに.....	31
付録	32
参考文献	58

序章 はじめに

日本では、1964年の東京オリンピックの直後からモータリゼーションが進んでいった。道路特定財源制度等を使った高速道路の拡張や舗装道路の増加等の道路整備、一般大衆にも購入可能な価格の大衆車の出現、オイルショック後の自動車燃料となる石油低価格化などによって、自動車が利用しやすい環境になったことが原因である。これにより少し距離が遠くなっても、欲しいもの、より良い品揃えがあるお店に人は集まりやすくなった。しかし、人の心理的、金銭的な感覚からより移動費がかからず、より楽に満足したいと考えることができる。そして、そのことは生産者などの売り手にも同じことが言えるのではないだろうか。売り手はより消費者が集まる場所に売りに行きたいと考えるが、移動費がかさむと利益がその分失われてしまい、売りに行くインセンティブが失われてしまう。そうするとやはり距離が近く、消費者が集まる場所に売りに行きたいと考える。このようなシチュエーションの例として、道の駅やフリーマーケットなどが挙げられる。

商業施設の立地を考える際によく用いられるハフ・モデルは「ある地域に住む消費者がある商業集積で購入する確率は、商業集積の規模に比例し、そこに到達する距離に反比例する」という消費者側から見た立地分析モデルであった。しかし、前述したように立地選択を考える際には生産者側の視点も必要となるのではないか。そして、消費者と生産者の集まり具合を考慮し、分析することで、より良い商業施設の立地分析を行うことができるのではないだろうか。

そこで本稿では、消費者の行動についてのモデルであったハフ・モデルを、消費者と生産者とが同時に行動を決定するモデルに拡張する双方向型のモデル分析を行う。第一章では基本となるハフ・モデルについて紹介する。第二章では一般的な設定の下でのハフ・モデルの拡張を行う。第三章でシンプルな設定の下でのハフ・モデルの拡張を行い、第四章でグラフ、均衡点の分析・考察を行う。分析では、消費者と生産者のそれぞれが各商業施設を訪れる確率を、お互いに他の経済主体が各商業施設を訪れる確率の関数として表し、グラフを描く。グラフの変化について分析した上で、均衡点の導出を行う。そして、第五章で分析・考察のまとめを行う。

第一章 小売吸引モデルの発展

第一節 重力モデル、ライリーの法則、コンバースの法則

アメリカでは第二次世界大戦前からモータリゼーションが進展し、住宅地の郊外化とともに郊外型ショッピングセンターの立地が進んでいた。その結果、郊外ショッピングセンターとダウンタウンの商業地域との競争やショッピングセンター同士の競争が生じ、消費者がどのような要因で商業地域やショッピングセンターを選択するのかということが問題になっていた。

カリフォルニア大学教授であった商業地理学者のハフ(David Huff)はこの問題に対し、経験則から一つのモデルを提唱した。このモデルをハフ・モデルという。

ハフ・モデルの紹介の前に小売吸引モデルの発展として、重力モデル(グラビティモデル)、ライリーの小売吸引力の法則、コンバースの法則について紹介する。

重力モデル(グラビティモデル)¹は社会的な相互作用の現象を物理学の万有引力の法則を応用して説明するもので、基本モデルでは、地域*i*と地域*j*との間の相互作用 F_{ij} は、次式のように表される。

$$F_{ij} = k * \frac{M_i * M_j}{D_{ij}^\lambda}$$

ここで、 F_{ij} は地域間相互作用力、 M_i は*i*地域の地域事象の総量、 M_j は*j*地域の地域事象の総量、 D_{ij} は*i*と*j*との距離であり、 λ と k は地域事象固有の定数である。

この重力モデルを応用し、1929年に「小売吸引力の法則」と呼ばれる経験的法則を発表したのがライリー²である。これは競合関係にある都市をA、B、それぞれの人口を P_A 、 P_B 、AとBとの間の距離をDとすれば、両者の間の小売吸引力Fは下記の式で表されるというものである。

$$F = G * \frac{P_A * P_B}{D^2}$$

これは、地域事象の総量を人口、固有の定数 λ を2とした前述の重力モデルに他ならない。また、A、B町の間にはC町があり、その人口が P_c 、A町とC町間の距離を D_a 、B町とC町間の距離を D_b ($D_a + D_b = D$)として、A、C間に働く力とB、C間に働く力の比をもって、

¹大貫(2007)「地域メッシュ統計データを活用した商圈設定」、山田・徳岡(2013)『地域経済学入門』を参考にした。

²片山富弘(2005)「小売商圈測定の有効性の検討—修正ハフモデルを中心として—」を参考にした。

A、BそれぞれがCから吸引する販売額（Ba、Bb）の比とすると、次式が成り立つ。

$$\frac{Ba}{Bb} = \frac{Pa}{Pb} * \left(\frac{Db}{Da}\right)^2$$

これをライリーの小売吸引力の法則という。

そして、コンバースは、ライリーの法則を発展させ、2つの都市間の商圈の分岐点の公式を見出した。公式は次の通りである。

$$Da = \frac{Dab}{1 + \sqrt{\frac{Pb}{Pa}}} \quad Db = \frac{Dab}{1 + \sqrt{\frac{Pa}{Pb}}}$$

これをコンバースの境界決定式と呼ぶ。

第二節 ハフ・モデル

古くから地域間相互作用分析のために、使われる代表的なモデルが重力モデルであり、これを小売吸引力に応用したのがライリーである。しかし、ライリーの法則は、都市が点在している農村等では有効であるが、人口が面的に広がりその中で商業集積地が多く存在するような大都市圏において、商圈設定するには非現実的である。そこでライリーの法則を援用しながら、大都市圏における商圈モデルを考案したのがハフである。ハフ・モデルはある地点に住む消費者が、ある小売り施設や商店街へ買い物に行く確率を推定するものである。基本的な考え方は、「ある地域に住む消費者がある商業集積で購入する確率は、商業集積の規模に比例し、そこに到達する距離に反比例する」である。施設の規模はその施設が持っている魅力度を表している。魅力度は売り場面積、延床面積、売上高、利用者数などが代理変数として用いられることが一般的である。距離抵抗を示すパラメータλの値を2に固定したハフ・モデルは修正ハフ・モデルと呼ばれており、わが国でも大規模小売店舗法の新規出店の審査にあたり、通産省の指導により修正ハフ・モデルが広く使われている。ハフ・モデルは、GISとの応用により、商業施設の集客可能な地理的範囲を表すこともできる。

³以下にハフ・モデルの数式モデルを紹介する。ある小売り施設の規模をS_j、消費者の居住する地区iからj施設までの距離をD_{ij}とすると、j施設によってもたらされる地区iの購買ポテンシャルiV_jは次の式(1)で表される。

³ 川端(2013)『立地ウォーズ 企業・地域の成長戦略と「場所のチカラ」』を参考にした。

$$iV_j = \frac{S_j}{D_{ij}^\lambda} \quad (1)$$

ここで、距離抵抗のパラメーター λ は正の定数である。 n ヶ所の施設によってもたらされる地区 i の総購買ポテンシャル iV は式(2)で表される。

$$iV = \frac{S_1}{D_{i1}^\lambda} + \frac{S_2}{D_{i2}^\lambda} + \dots + \frac{S_n}{D_{in}^\lambda} = \sum_{j=1}^n \frac{S_j}{D_{ij}^\lambda} \quad (2)$$

式(1)を式(2)で割って得られる式(3)によって、地区 i のポテンシャルが合計の中に占める施設の影響の割合、つまり地区 i の平均消費者が施設 j を選択する確率(吸引率もしくは出向率)の理論値 P_{ij} が求められる。

$$P_{ij} = \frac{\frac{S_j}{D_{ij}^\lambda}}{\sum_{j=1}^n \frac{S_j}{D_{ij}^\lambda}} \quad (3)$$

この(3)式が「ハブの確率商圈モデル」である。

得られた確率を地域 i の人口に乗じることで、以下の式(4)に示すように、施設 j で買い物をする地域 i の人口が得られる。

$$E_{ij} = C_i * P_{ij} \quad (4)$$

E_{ij} : 地区 i に居住し、 j 施設で買い物をする人口

C_i : 地区 i 内の消費者数

対象地域内の地区すべてについてこの計算を行い、その総和を求めると、施設 j の対象地域での集客ポテンシャルが得られる。

また、地域 i の人口に地域 i の消費者が商品 g に支出する一人当たりの平均年間支出額を乗じることで、 j 施設が地域 i の消費者から獲得できると期待される年間販売額を算出することができる。

$$A_{gij} = E_{ij} * B_{ig} \quad (5)$$

A_{gij} : 施設 j が地域 i の消費者から獲得できると期待される年間販売額

B_{ig} : 地域 i の消費者が商品 g に支出する一人当たりの平均年間支出額

これを 1 から m までの住宅地区について合計すれば施設 j の商品 g の年間販売期待額を求めることができる。

$$A_{gj} = A_{g1j} + A_{g2j} + \dots + A_{gmj} = \sum_{m=1}^j A_{gjm} \quad (6)$$

A_{gj} : 施設 j の商品 g の年間販売期待額

ここで地区 i の消費者数や商品の平均年間購入額のデータを入れることにより、各施設を訪れると期待される消費者数や商品の年間期待販売額などを推計することができる。

第二章 一般的な設定の下でのハフ・モデルの拡張

第一節 モデルの考え方

ハフ・モデルでは消費者がある店舗に向かう確率が店舗の面積、距離から求めることができるということが前章で想定されていた。ここで、道の駅のような店舗をイメージしてみよう。道の駅⁴とは、道路利用者のための「休憩機能」、道路利用者や地域の方々のための「情報発信機能」、そして「道の駅」をきっかけに町と町とが手を結び活力ある地域づくりを共に行うための「地域の連携機能」、の3つの機能を併せ持つ休憩施設である。地域振興を目的とした道の駅では、その地域の特産物を発信していくために、農家の人々が売ることができるスペースを用意している。これにより農家の人々は生計を立てることができ、地域の特産物の発信を行うことができる。ここでハフ・モデルの考え方を利用すると次のようなことが言えるのではないだろうか。つまり、農家の人々のような生産者も消費者と同様に売りに行く店舗の扱う魅力が高ければ商品を売りに行くインセンティブが高まり、居住地と商品を提供する店舗の距離が遠ければ、逆に失われるということだ。このことから、消費者がある店舗に向かう確率と生産者がある店舗に品出しを行う確率を、ハフ・モデルを応用して求め、消費者の訪れる確率と生産者が訪れる確率との交点を求めることで、立地選択における均衡がどのように決定されるのかを以下の章で考察する。

第二節 モデルの組み立て

では、ハフ・モデルを拡張し、モデルを組み立てていこう。まず、変数の定義を示す。ハフ・モデルでは距離と面積が消費者の誘因に影響を与えるものとして示されていた。しかし、これから考えるモデルにおいては、面積ではなく、店舗の品揃え、集客力を変数としハフ・モデルを土台とした新たなモデルを構築する。

消費者： $i \in I \{1, 2, \dots, I\}$

生産者： $j \in J \{1, 2, \dots, J\}$

店舗スポット： $k \in K \{1, 2, \dots, K\}$

P_{ik} ：消費者 i がスポット k を訪れる確率

Q_{jk} ：生産者 j がスポット k に売りに行く確率

D_{ik} ：消費者 i からスポット k までの距離

E_{jk} ：生産者 j からスポット k までの距離

1. ⁴ 国土交通省ホームページ「道の駅案内」<http://www.mlit.go.jp/road/Michi-no-Eki/>を参考にした。

- λ : 消費者の距離抵抗
- μ : 生産者の距離抵抗
- S_k : スポット k の品揃え力
- T_k : スポット k の集客力

ハブ・モデルにおける面積の部分をもとに S_k 、 T_k と置き換えると、消費者、生産者がスポット k を訪れる確率（以下吸引率と呼ぶ） P_{ik} 、 Q_{jk} は次のように求めることができる。

$$P_{ik} = \frac{\frac{S_k}{D_{ik}^\lambda}}{\sum_m \frac{S_m}{D_{im}^\lambda}}$$

$$Q_{jk} = \frac{\frac{T_k}{E_{jk}^\mu}}{\sum_m \frac{T_m}{E_{jm}^\mu}}$$

また、スポット k の品揃えはそれぞれ生産者がスポット k を訪れる確率の総和、集客力は消費者がスポット k を訪れる確率の総和で表すことができる。

$$S_k = \sum_{j=1}^J Q_{jk}$$

$$T_k = \sum_{i=1}^I P_{ik}$$

この 2 つの値を求めることにより、店舗を立地させた時の品揃え力、集客力を求めることができる。そして、この値をもとに店舗の規模をどれほどにするか考えることができる。

第三章 シンプルなケースの下でのハフ・モデルの拡張

第一節 消費者 2 人、生産者 2 人、スポット 2 か所でのシミュレーション

実際に具体的な数値を入れ、グラフはどのようなようになるのか、均衡はどのような値になり、均衡点はどのような場所になるのかを具体的に見ていくことにする。今回は最もシンプルなシチュエーションである消費者 2 人、生産者 2 人、スポット 2 箇所を仮定する。また消費者、生産者の距離抵抗 λ 、 μ の値は修正ハフ・モデルにしたがってそれぞれ 2 とする。

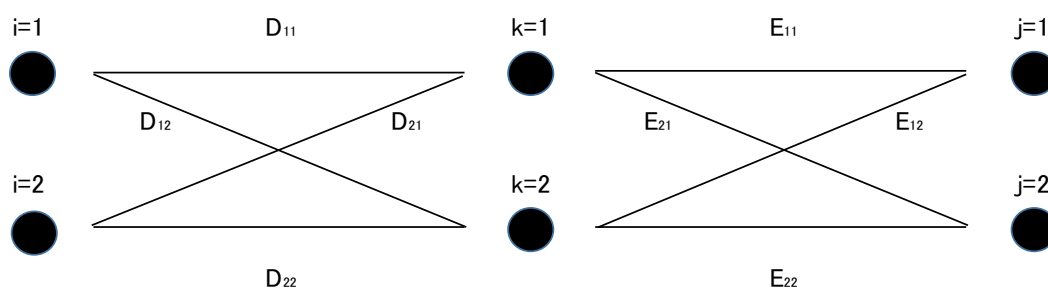


図 1 消費者、生産者、スポットの位置関係

i=1 : 消費者 1

i=2 : 消費者 2

j=1 : 生産者 1

j=2 : 生産者 2

k=1 : スポット 1

k=2 : スポット 2

D11 : 消費者 1 からスポット 1 までの距離

D12 : 消費者 1 からスポット 2 までの距離

D21 : 消費者 2 からスポット 1 までの距離

D22 : 消費者 2 からスポット 2 までの距離

E11 : 生産者 1 からスポット 1 までの距離

E12 : 生産者 1 からスポット 2 までの距離

E21 : 生産者 2 からスポット 1 までの距離

E22 : 生産者 2 からスポット 2 までの距離

図 1 は消費者、生産者、スポットの位置関係を表した図である。⁵以下では消費者、生産者

⁵ 消費者・生産者はわざわざ遠回りをしてスポットに行くとは考えにくく、道を限定することでより分かりやすい分析になるため、このように仮定する。

は寄り道をせず直接スポット 1、2 のどちらかに必ず行くものとし、スポット 1、2 へ続く道は上図で表された道しかないものと仮定する。また、ノーテーションの簡単化のため以下のように記号を置き換えることにする。

$$X_1 = P_{11}$$

$$X_2 = P_{21}$$

$$Y_1 = Q_{11}$$

$$Y_2 = Q_{21}$$

確率の総和は 1 であるから P_{12} 、 P_{22} 、 Q_{12} 、 Q_{22} は次のように表すことができる。

$$P_{12} = 1 - P_{11}$$

$$P_{22} = 1 - P_{21}$$

$$Q_{12} = 1 - Q_{11}$$

$$Q_{22} = 1 - Q_{21}$$

このような仮定の下で、前節で述べたハフ・モデルを拡張することで次の式が導出される。

$$X_1 = \frac{\frac{Y_1 + Y_2}{D_{11}^2}}{\frac{Y_1 + Y_2}{D_{11}^2} + \frac{2 - Y_1 - Y_2}{D_{12}^2}} \quad (7)$$

$$X_2 = \frac{\frac{Y_1 + Y_2}{D_{21}^2}}{\frac{Y_1 + Y_2}{D_{21}^2} + \frac{2 - Y_1 - Y_2}{D_{22}^2}} \quad (8)$$

$$Y_1 = \frac{\frac{X_1 + X_2}{E_{11}^2}}{\frac{X_1 + X_2}{E_{11}^2} + \frac{2 - X_1 - X_2}{E_{12}^2}} \quad (9)$$

$$Y_2 = \frac{\frac{X_1 + X_2}{E_{21}^2}}{\frac{X_1 + X_2}{E_{21}^2} + \frac{2 - X_1 - X_2}{E_{22}^2}} \quad (10)$$

また、スポット 1 とスポット 2 の品揃え、集客力はそれぞれ以下ようになる。

$$S1 = \sum_{j=1}^2 Qj1 = Q11 + Q21 \quad (11)$$

$$T1 = \sum_{i=1}^2 Pi1 = P11 + P21 \quad (12)$$

確率の総和は2であるから、S2、T2 は以下のように表すことができる。

$$S2 = \sum_{j=1}^2 Qj2 = 2 - \sum_{j=1}^2 Qj1 = 2 - Q11 - Q21 \quad (13)$$

$$T2 = \sum_{i=1}^2 Pi2 = 2 - \sum_{i=1}^2 Pi1 = 2 - P11 - P21 \quad (14)$$

ここで、 $X=X1+X2$ 、 $Y=Y1+Y2$ とすると、

$$X = \frac{\frac{Y}{D11^2}}{\frac{Y}{D11^2} + \frac{2-Y}{D12^2}} + \frac{\frac{Y}{D21^2}}{\frac{Y}{D21^2} + \frac{2-Y}{D22^2}} \quad (15)$$

$$Y = \frac{\frac{X}{E11^2}}{\frac{X}{E11^2} + \frac{2-X}{E12^2}} + \frac{\frac{X}{E21^2}}{\frac{X}{E21^2} + \frac{2-X}{E22^2}} \quad (16)$$

と表すことができる。さらにこの式を簡単化すると、次式が導出できる。

$$X = \frac{1}{1 + \frac{D11^2}{D12^2} \left(\frac{2}{Y} - 1 \right)} + \frac{1}{1 + \frac{D21^2}{D22^2} \left(\frac{2}{Y} - 1 \right)} \quad (17)$$

$$Y = \frac{1}{1 + \frac{E11^2}{E12^2} \left(\frac{2}{X} - 1 \right)} + \frac{1}{1 + \frac{E21^2}{E22^2} \left(\frac{2}{X} - 1 \right)} \quad (18)$$

この2式を同時に満たすXとYが、均衡におけるXとYである。ここでは均衡について検

討するためにグラフを用いる。X、Y は 2 つの確率の和であるから対象とする範囲は $0 \leq X \leq 2$ 、 $0 \leq Y \leq 2$ である。グラフを導出するために、統計ソフト「R」を利用する。関数として認識させるために、(11)、(12)式を整理する。式を見やすくするため、

$$a = \frac{D11^2}{D12^2} \quad , \quad b = \frac{D21^2}{D22^2} \quad , \quad c = \frac{E11^2}{E12^2} \quad , \quad d = \frac{E21^2}{E22^2}$$

とすると、以下の式が導出される。

$$(1 - a - b + ab)XY^2 + 2(a + b - 2ab)XY + (a + b - 2)Y^2 - 2(a + b)Y + 4abX = 0 \quad (19)$$

$$(1 - c - d + cd)X^2Y + 2(c + d - 2cd)XY + (c + d - 2)X^2 - 2(c + d)X + 4cdY = 0 \quad (20)$$

この 2 式の a、b、c、d の値に 1,4,9,16,25、1/4,1/9,1/16,1/25 の値を代入し、グラフを描く。そして、グラフの変化がどのようなになるのか、2 式の交点がどのような場所にできるかを考察する。なお、関数の対称性から a と b、c と d の値を逆にしても計算結果は同じとなるので、以下の分析では省略する。消費者、生産者からスポット 1、2 までの距離である D11、D12、D21、D22、E11、E12、E21、E22 の値に応じて、場合分けを行いながらグラフを描き、均衡点を考察する。

第四章 シミュレーションの考察

第一節 グラフの変化の考察

本節では、 D_{11} 、 D_{12} 、 D_{21} 、 D_{22} 、 E_{11} 、 E_{12} 、 E_{21} 、 E_{22} の値に応じたグラフの変化と、その原因について場合分けを行いながら考察していく。なお、グラフの横軸は X 、つまり消費者 1, 2 がスポット 1 を訪れる確率の和、縦軸は Y 、つまり生産者 1, 2 がスポット 1 を訪れる確率の和を表す。

分析に入る前に、分析で使用する変数と式の確認を行うことにしよう。

D_{11} : 消費者 1 からスポット 1 までの距離

D_{12} : 消費者 1 からスポット 2 までの距離

D_{21} : 消費者 2 からスポット 1 までの距離

D_{22} : 消費者 2 からスポット 2 までの距離

E_{11} : 生産者 1 からスポット 1 までの距離

E_{12} : 生産者 1 からスポット 2 までの距離

E_{21} : 生産者 2 からスポット 1 までの距離

E_{22} : 生産者 2 からスポット 2 までの距離

$$P_{11} = X_1$$

$$P_{21} = X_2$$

$$Q_{11} = Y_1$$

$$Q_{21} = Y_2$$

$$X = X_1 + X_2$$

$$Y = Y_1 + Y_2$$

$$S_1 = Q_{11} + Q_{21}$$

$$S_2 = Q_{12} + Q_{22}$$

$$T_1 = P_{11} + P_{21}$$

$$T_2 = P_{12} + P_{22}$$

$$a = \frac{D_{11}^2}{D_{12}^2}$$

$$b = \frac{D_{21}^2}{D_{22}^2}$$

$$c = \frac{E_{11}^2}{E_{12}^2}$$

$$d = \frac{E21^2}{E22^2}$$

$$(1 - a - b + ab)XY^2 + 2(a + b - 2ab)XY + (a + b - 2)Y^2 - 2(a + b)Y + 4abX = 0 \quad (19)$$

$$(1 - c - d + cd)X^2Y + 2(c + d - 2cd)XY + (c + d - 2)X^2 - 2(c + d)X + 4cdY = 0 \quad (20)$$

では、分析を始めていこう。はじめに、 $D11 \geq D12$ 、 $D21 \geq D22$ 、 $E11 \geq E12$ 、 $E21 \geq E22$ のケース、 $D11 < D12$ 、 $D21 < D22$ 、 $E11 < E12$ 、 $E21 < E22$ のケースのグラフについて考察する。消費者と生産者にグラフを分け、グラフの変化を考察する。

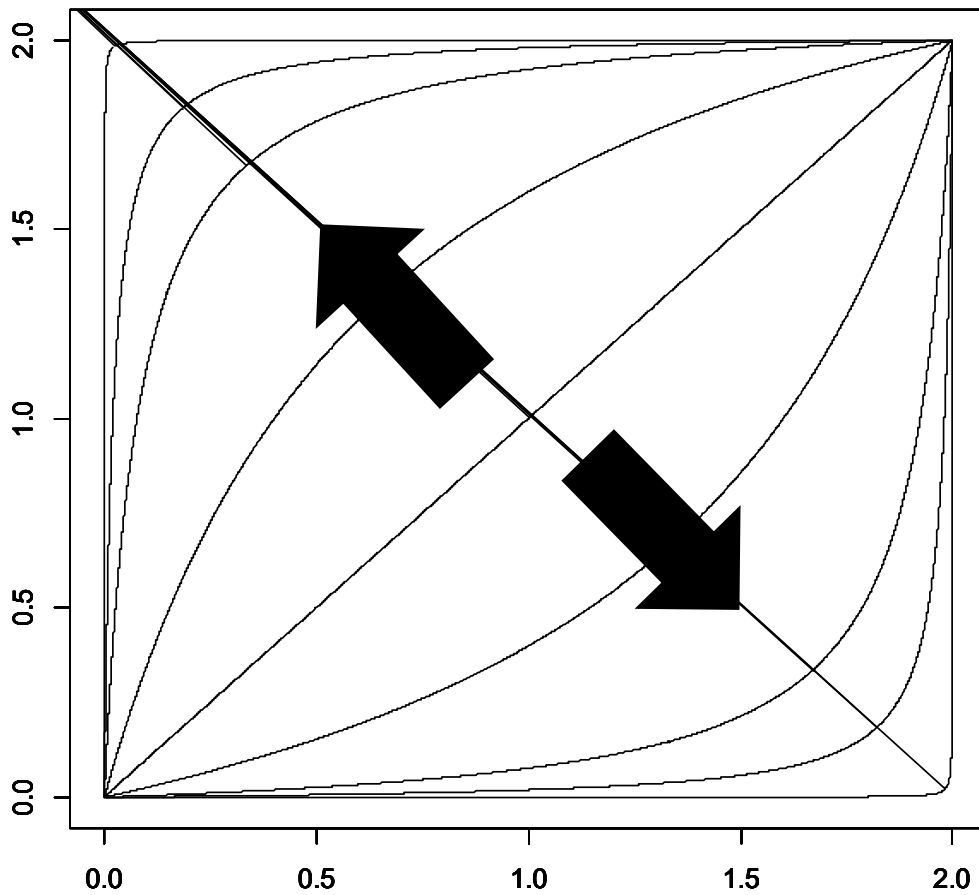


図 2 $D11 \geq D12$ 、 $D21 \geq D22$ のケースと $D11 < D12$ 、 $D21 < D22$ のケースの時の消費者の反応関数

図 2 は消費者の反応関数のグラフである。 $a=b=1$ を基準にしてグラフを考察すると、右上がりのグラフを描くことができる。これは生産者がスポット 1 に売りに行く確率を高めれば、消費者もスポット 1 に行く確率を高めるからである。 a,b の値が 1 より大きい値、つまり消費者とスポット 1 の距離に比べ、消費者とスポット 2 の距離が遠くなればなるほど、反応関数は左上矢印の方向にグラフの膨らみが大きくなる。これは、生産者がスポット 1 に行く確率が増えるごとに消費者がスポット 1 に行く確率も増えるが、消費者のスポット 1 までの距離が大きくなればなるほど、この反応を早く行うインセンティブが失われるからである。また、 a,b の値が 1 より小さい値、つまりスポット 2 に比べ、スポット 1 の方が近くなればなるほど、関数の対称性から右下矢印の方向にグラフの膨らみが大きくなる。これは、スポット 1 との距離が近くなるため、スポット 1 を訪れるインセンティブが早く高まるからこのようにグラフが変化する。同様に生産者の反応関数についても見てみると下図のように変化する。

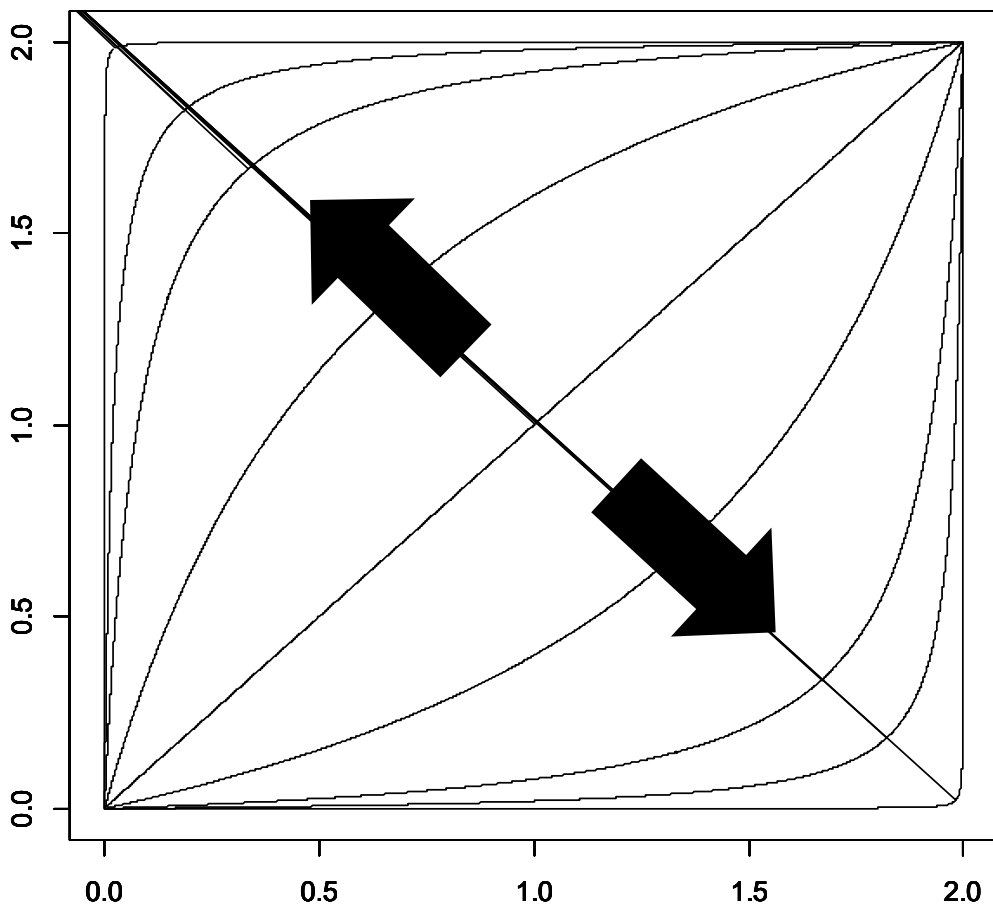


図 3 $E_{11} \geq E_{12}$ 、 $E_{21} \geq E_{22}$ のケースと $E_{11} < E_{12}$ 、 $E_{21} < E_{22}$ のケースの時の生産者の反応関数

図 3 より生産者の反応関数は消費者の反応関数と同様に右上がりの直線、曲線となる。これは消費者がスポット 1 に行く確率を 1 単位高めると生産者も同様にスポット 1 に行く確率を高めるからである。関数の対称性から消費者の場合とは逆のグラフの変化をする。生産者はスポット 1 との距離が大きければ大きいほど、消費者がスポット 1 に行く確率を高めたとしても距離が遠いため売りに行くインセンティブが失われ、スポット 1 に売りに行く確率が高くならず右下矢印方向に膨らみが増える。逆にスポット 1 との距離が小さければ小さいほど、消費者がスポット 1 に行く確率を高めると、生産者がスポット 1 に売りに行く反応が大きくなる。よって、生産者とスポット 1 との距離が小さければ、左上矢印方向に膨らみが増える。

次に $D_{11} > D_{12}$ 、 $D_{21} < D_{22}$ 、 $E_{11} > E_{12}$ 、 $E_{21} < E_{22}$ のケースのグラフ、均衡について考察する。まず a と b、c と d がそれぞれ逆数の関係である場合、グラフは下図のように変化する。

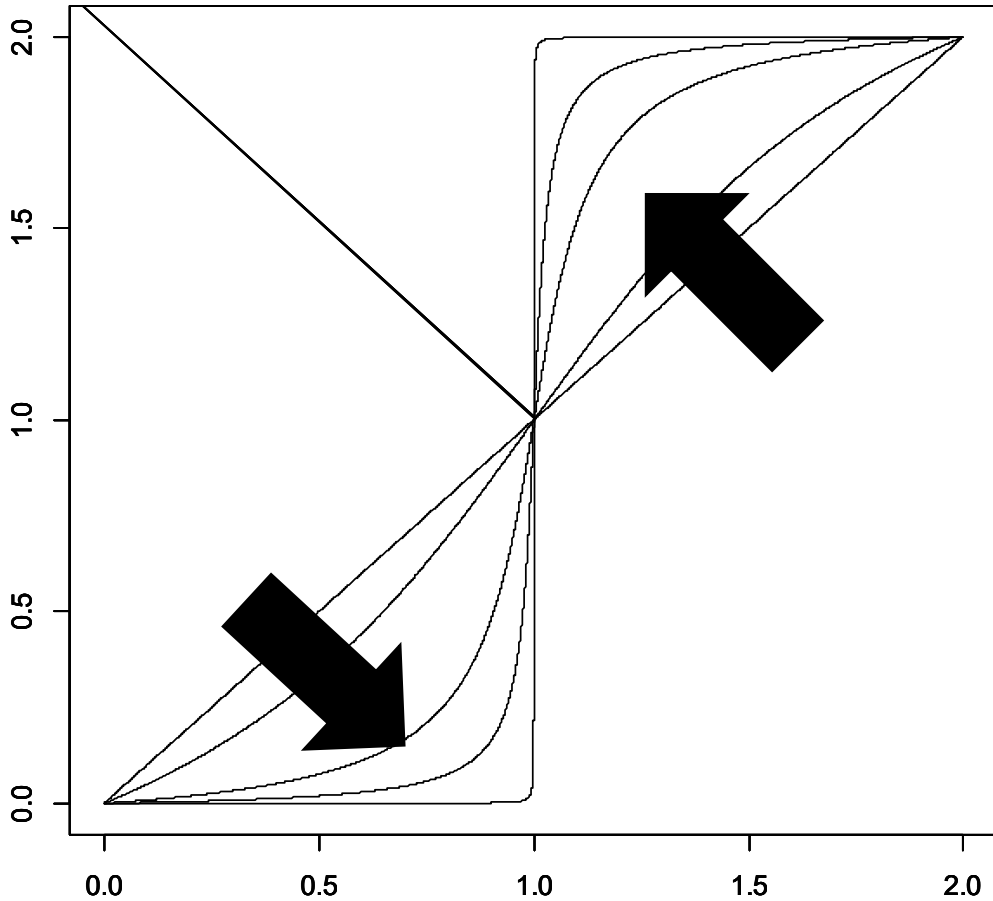


図 4 $D_{11} > D_{12}$ 、 $D_{21} < D_{22}$ (逆数の関係) のケースの時の消費者の反応関数

図 4 は $D_{11} > D_{12}$ 、 $D_{21} < D_{22}$ の時の消費者の反応関数である。a,b が逆数の時、反応関数は必ず $(X,Y) = (0,0)$ 、 $(1.0,1.0)$ 、 $(2.0,2.0)$ を通る。 $0 \leq X < 1.0$ の範囲でグラフを考察すると、下に凸で単調に増加する曲線になり、値を大きくすると曲線の膨らみは大きくなり、この範囲での曲線は右上がりとなる。これは生産者がスポット 1 に売りに行く確率を 1 単位高めれば、消費者もそれに合わせてスポット 1 に行く確率を高め、消費者のスポット 1 までの距離が近くなればなるほど、この反応を早く行うインセンティブが高まるからである。グラフの傾きに注目すると、a の値は大きく b の値を小さくすると、生産者が売りに行く確率を 1 単位高めた時、消費者の反応は敏感になり、消費者がスポット 1 を訪れる確率がより高くなっている。よって、 $0 \leq X < 1.0$ の範囲の反応関数はスポット 1 との距離が近い消費者 2 の反応関数の影響をより強く受けていると考えられる。 $1.0 < X \leq 2.0$ の範囲では上に凸で単調に増加

する右上がりの曲線になる。ここでも生産者がスポット 1 に売りに行く確率を 1 単位高めれば、消費者もそれに応じてスポット 1 に行く確率を高めるため、右上がりのグラフとなる。そして、 a の値が大きく、 b の値が小さくなるにつれ、消費者のスポット 1 までの距離が遠くなればなるほど、この反応を早く行うインセンティブが失われるため、上に凸のグラフとなっている。生産者がスポット 1 に売りに行く確率を 1 単位高めても、消費者の反応が鈍くなり、消費者のスポット 1 を訪れる確率がより低くなっているため、この範囲での反応はスポット 1 との距離が大きい消費者 1 の反応関数の影響をより強く受けていると考えられる。次に生産者の反応関数について考察を行う。

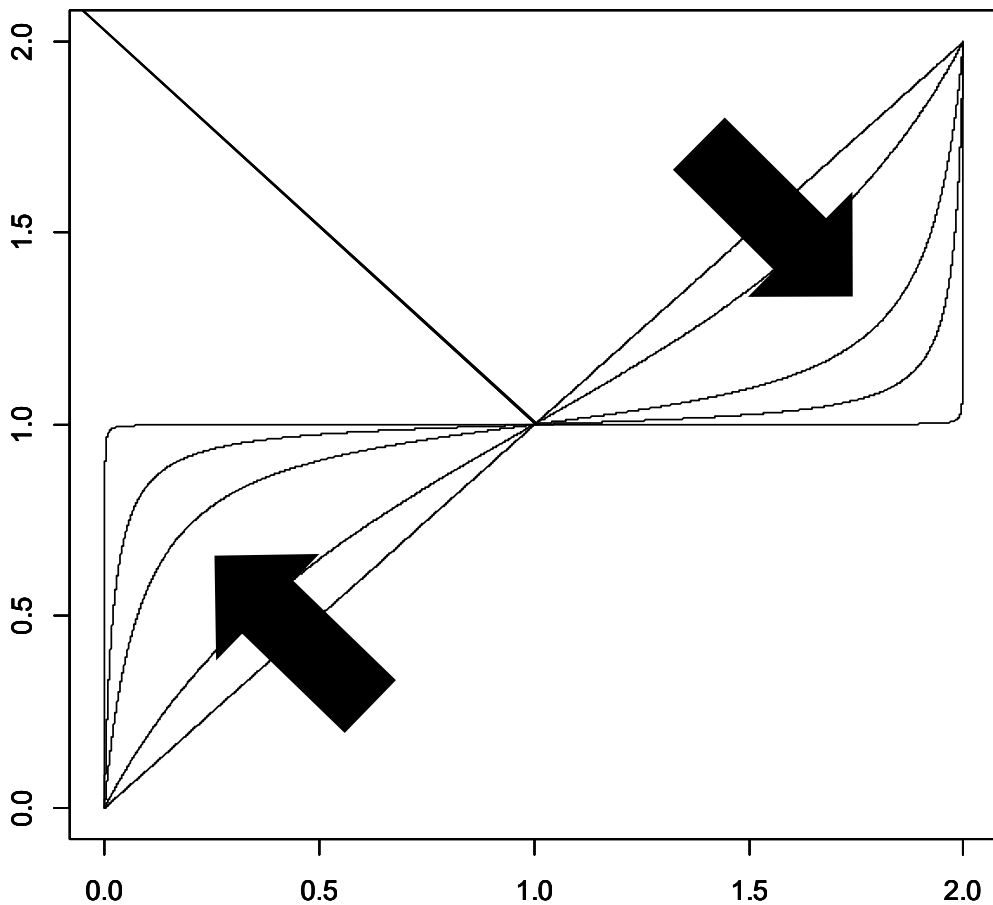


図 5 $E_{11} > E_{12}$ 、 $E_{21} < E_{22}$ (逆数の関係) のケースの時の生産者の反応関数

図 5 は $E_{11} > E_{12}$ 、 $E_{21} < E_{22}$ の時の生産者の反応関数である。c,d が逆数の時、反応関数は

消費者の反応関数と同様に必ず $(X,Y)=(0,0)$ 、 $(1.0,1.0)$ 、 $(2.0,2.0)$ を通り、右上がりのグラフとなる。 $0 \leq X < 1.0$ の範囲でグラフを考察すると、上に凸で単調に増加する曲線になり、 c,d 値を大きくすると曲線の膨らみは大きくなる。これは消費者がスポット 1 に行く確率を 1 単位高めれば、生産者もスポット 1 に売り行く確率を高め、生産者とスポット 1 との距離が近くなればなるほど、この反応を早く行うインセンティブが高まるからである。そして、 c の値を大きく、 d の値を小さくすると、グラフの膨らみが大きくなり、1 単位高めた時の Y の増加量が大きいため、この範囲の反応関数はスポット 1 との距離に近い生産者 2 の反応関数の影響をより強く受けていると考えられる。 $1.0 < X \leq 2.0$ の範囲で考察すると、下に凸で単調に増加する曲線となり、 c,d の値を大きくすると曲線の膨らみも大きくなる。これは消費者がスポット 1 に行く確率を 1 単位高めれば、生産者もスポット 1 に売り行く確率を高め、生産者とスポット 1 との距離が大きくなればなるほど、この反応を早く行うインセンティブが失われるからである。 c の値を大きく、 d の値を小さくすると、グラフの膨らみが大きくなり、消費者がスポット 1 に行く確率を高めても、生産者の反応が鈍くなっていることから、この範囲では生産者 1 の反応関数の影響をより強く受けていると考えられる。次に、逆数でない場合のグラフの変化を考察する。

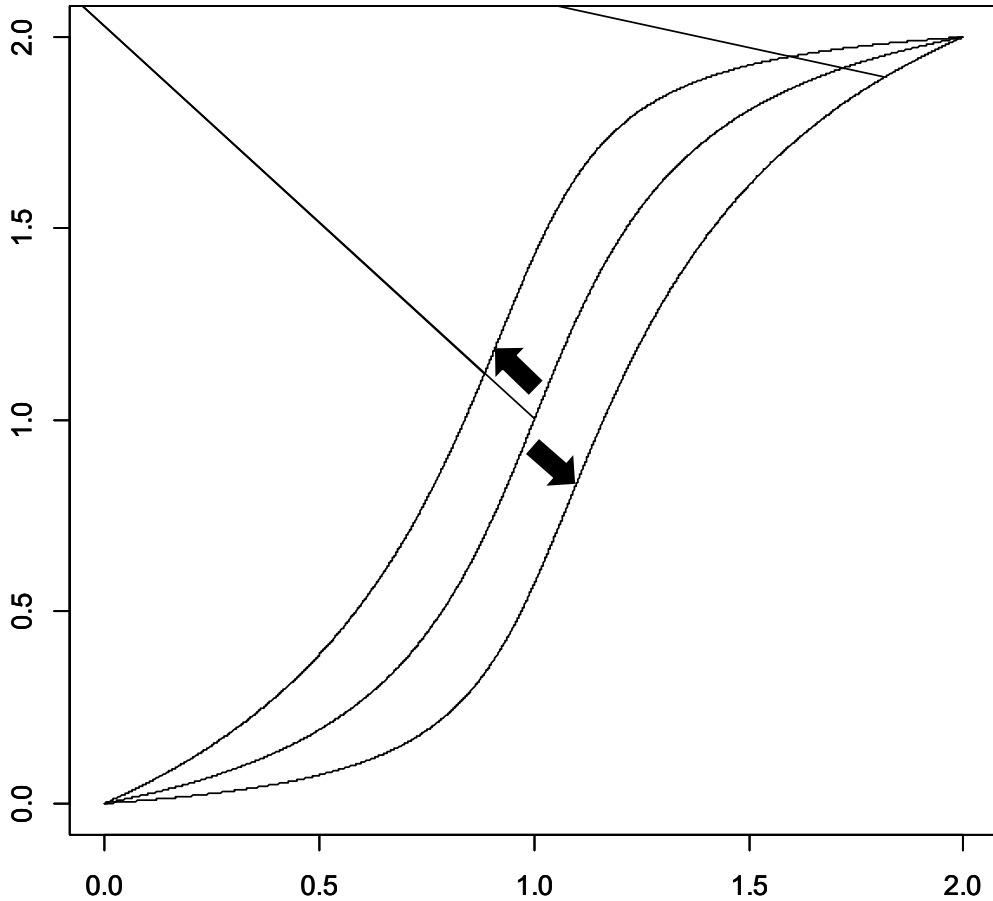


図 6 $D_{11} > D_{12}$ 、 $D_{21} < D_{22}$ (逆数でない関係) のケースの時の消費者の反応関数

図 6 は a 、 b の値が逆数でない場合の消費者の反応関数である。逆数の場合と同様に、右上がりのグラフとなる。しかし、値の大きさによって、反応の早さにずれが生じていることが分かる。 c 、 d の値は片方が 1 より大きい値、もう一方は 1 より小さい値である。これは消費者の片方がスポット 1 との距離が遠く、もう片方はスポット 1 との距離が近いことを表す。グラフの変化を考察すると、片方の消費者とスポット 1 との距離が、もう片方の消費者とスポット 2 との距離よりも遠い時、右下矢印方向にグラフは変化する。これは消費者とスポット 1 の距離が遠いため、消費者の反応が鈍くなるためだと考えられる。逆に、片方の消費者とスポット 1 との距離が、もう片方の消費者とスポット 2 との距離よりも近い時、左上方向にグラフは変化する。これは消費者とスポット 1 の距離が近くなるため、消費者の反応が敏感になるからであると考えられる。次に生産者のグラフと、グラフの変化について

て考察する。

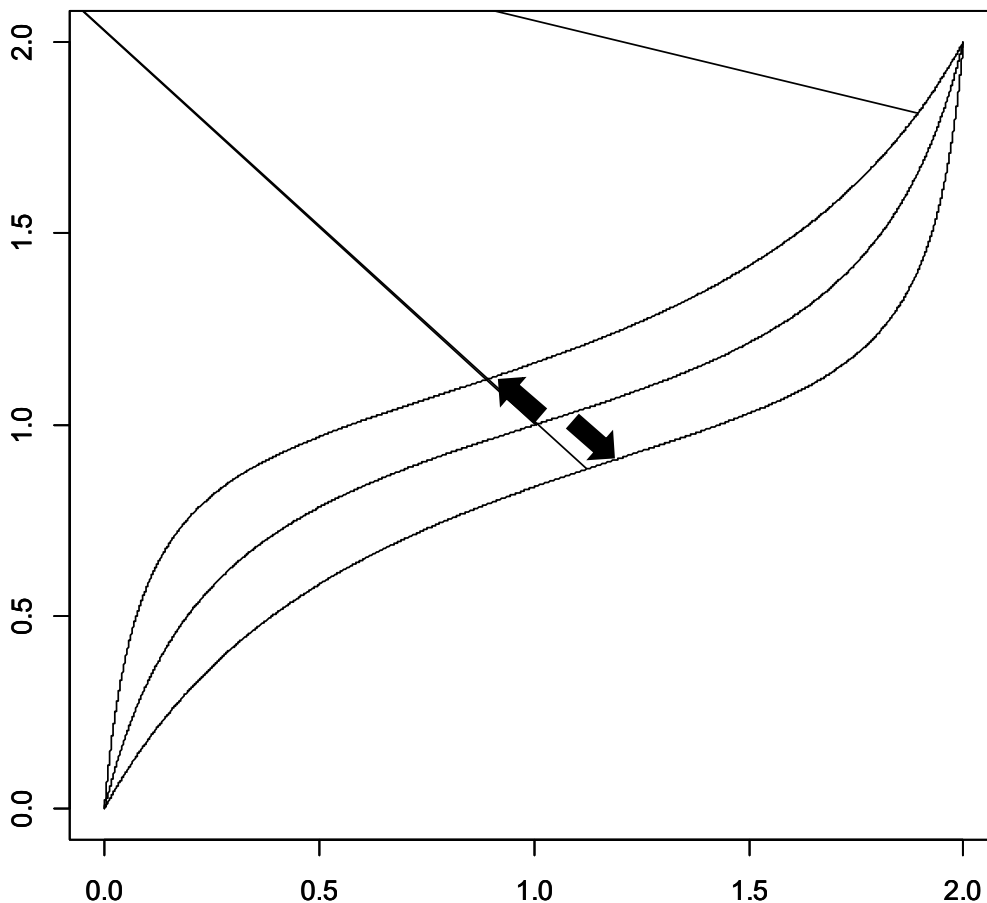


図 7 $E_{11} > E_{12}$ 、 $E_{21} < E_{22}$ (逆数でない) のケースの時の消費者の反応関数

図 7 は c, d の値が逆数でない場合の生産者の反応関数である。消費者の場合と同じように、右上がりの曲線となるが、値によって反応の早さにずれが生じる。グラフの変化を考察すると、片方の生産者とスポット 1 との距離が、もう片方の生産者とスポット 2 との距離よりも遠い時、反応関数は右下矢印方向に変化する。これは生産者とスポット 1 との距離が遠いため、生産者がスポット 1 を訪れる反応が鈍くなるからである。逆に、片方の生産者とスポット 1 との距離が、もう片方の生産者とスポット 2 との距離よりも近い時、反応関数は左上矢印方向に変化する。これは生産者とスポット 1 との距離がスポット 2 に比べて近いいため、生産者がスポット 1 を訪れる反応が敏感になるからである。

第二節 グラフの組み合わせと均衡点の考察

前節のグラフの変化をもとに消費者と生産者のグラフを重ね合わせ、均衡点を導出し、均衡点が距離の組み合わせによってどのように変化するか、場合分けを行いながら考察していく。

① $D11 \geq D12$ 、 $D21 > D22$ 、 $E11 \geq E12$ 、 $E21 > E22$ のケース

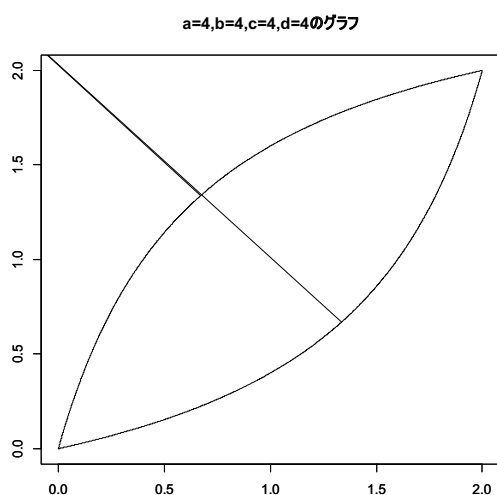


図 8

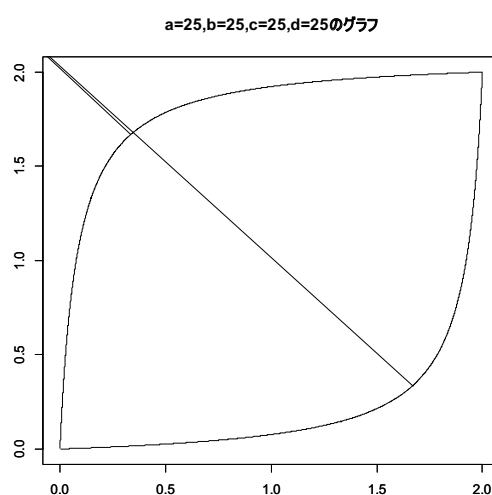


図 9

a、b、c、dの値が大きい、つまりすべての消費者、すべての生産者からスポット1への距離が遠く、スポット2への距離が近いケースでは、上図のようなグラフを描くことができる。均衡点を見てみると、 $(X=0, Y=0)$ 、 $(X=2.0, Y=2.0)$ の2つを得ることができる。Xは $X1$ と $X2$ の和、つまり消費者1と消費者2がスポット1を訪れる確率の和であり、Yは $Y1$ と $Y2$ の和、つまり生産者1と生産者2がスポット2を訪れる確率であった。よって、均衡点は「消費者・生産者共にスポット1を必ず訪れる」、「もしくは消費者・生産者共にスポット1を訪れず、スポット2を訪れる」である。ここで均衡点について吟味すると、消費者・生産者からスポット1までの距離が遠いため、スポット1は訪れないと考えられるので、 $(X=0, Y=0)$ が均衡点として安定であることが予想される。しかし、補完性の観点から、消費者もしくは生産者2人がスポット1に集まれば、それに応じて消費者もしくは生産者もスポット1に集まる点 $(X=2.0, Y=2.0)$ も均衡点になるということが分かる。そして、均衡点が $(X=0, Y=0)$ の時、品揃え力は $S1=0$ 、 $S2=2.0$ になり、集客力は $T1=0$ 、 $T2=2.0$ になる。均衡点が $(X=2.0, Y=2.0)$ の時、品揃え力は $S1=2.0$ 、 $S2=0$ になり、集客力は $T1=2.0$ 、 $T2=0$ になる。

② $D_{11} < D_{12}$ 、 $D_{21} < D_{22}$ 、 $E_{11} < E_{12}$ 、 $E_{21} < E_{22}$ のケース

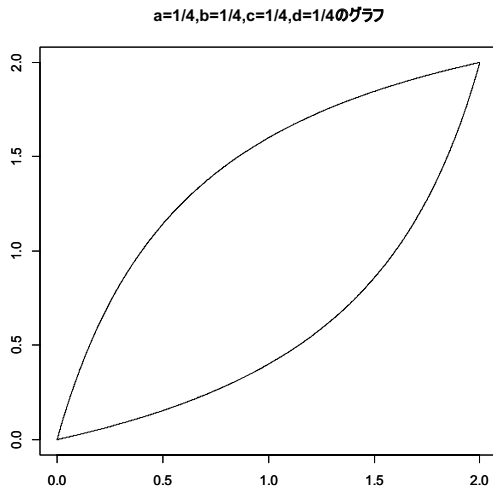


図 10

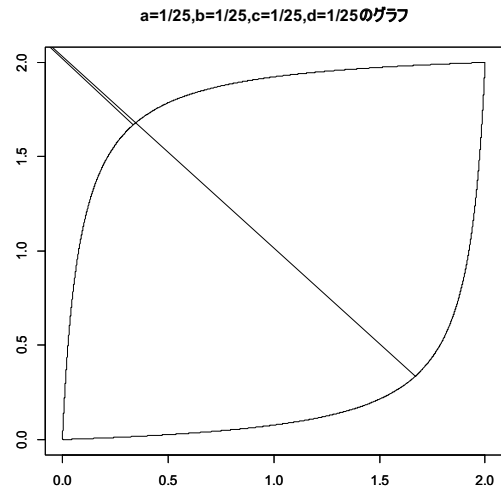


図 11

図 10、11 から a 、 b 、 c 、 d の値が小さい、つまりすべての消費者、すべての生産者からスポット 1 への距離が近く、スポット 2 への距離が遠いケースでは、①と同じグラフ・均衡点を求めることができた。今回のケースでも近い方のスポットを訪れるという考えから、 $(X=2.0, Y=2.0)$ が均衡点として安定であることが予想される。しかし、補完性の観点から、消費者・生産者のどちらか全員が遠い方のスポットであるスポット 1 に集まれば、それに応じて消費者・生産者もスポット 1 に集まると考えられる。よって $(X=0, Y=0)$ も均衡点となる。そして、均衡点が $(X=0, Y=0)$ の時、品揃え力は $S_1=0$ 、 $S_2=2.0$ になり、集客力は $T_1=0$ 、 $T_2=2.0$ になる。均衡点が $(X=2.0, Y=2.0)$ の時、品揃え力は $S_1=2.0$ 、 $S_2=0$ になり、集客力は $T_1=2.0$ 、 $T_2=0$ になる。

③ $D_{11}=D_{12}$ 、 $D_{21}=D_{22}$ 、 $E_{11}=E_{12}$ 、 $E_{21}=E_{22}$ のケース

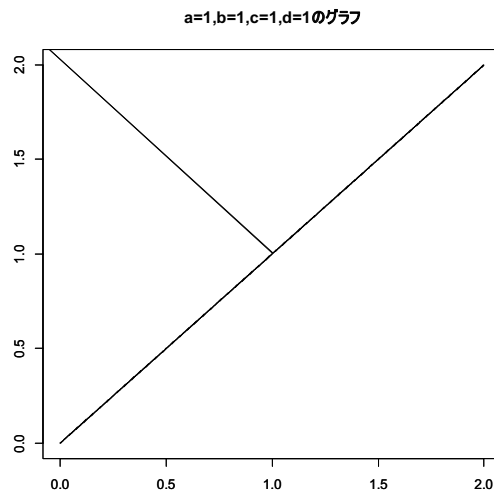


図 12

図 12 は消費者・生産者とスポット 1・2 の距離が全て等しいという非常に稀なケースである。このケースの場合、 $0 \leq X \leq 2$ 、 $0 \leq Y \leq 2$ の範囲で $X=Y$ を満たす全ての点が均衡になる。つまり、片方の消費者がスポットの利用頻度を高めれば、生産者も同じ割合で利用頻度を高める。逆に片方の生産者がスポットの利用頻度を高めれば消費者も同じ割合で利用頻度を高めるということである。また、品揃え力・集客力においても同様のことが言える。

④ $D_{11} \geq D_{12}$ 、 $D_{21} < D_{22}$ 、 $E_{11} \geq E_{12}$ 、 $E_{21} < E_{22}$ のケース

(関数の対称性からすべての不等号の向きを同時に逆にしても同じ結果が得られるので、ここでは省略する。例えば $a=9$ 、 $b=1/4$ の時と $a=1/4$ 、 $b=9$ の時の (19) 式は $-6XY^2 + 9.5XY + 7.25Y^2 - 18.5Y + 9X = 0$ となり同じになる。c、d と (20) 式の場合も同様のことが言える。)

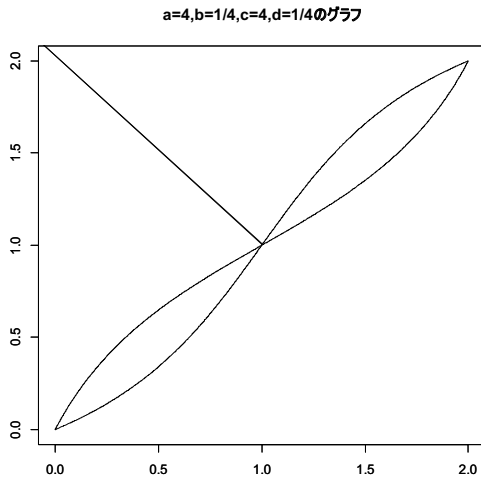


図 13

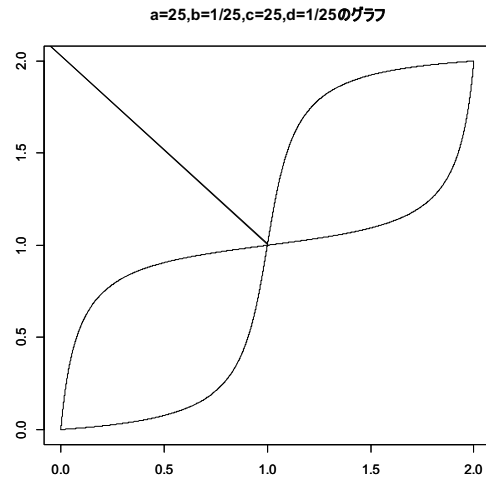


図 14

④のケースは消費者のうちの1人、生産者のうちの1人はスポット2に近く、消費者のうちの1人、生産者のうちの1人はスポット2に近いケースである。以上のグラフから a と b 、 c と d の値がそれぞれ逆数の関係にあるとき、均衡点は $(X=0, Y=0)$ 、 $(X=1.0, Y=1.0)$ 、 $(X=2.0, Y=2.0)$ の3点を導出することができる。そして、均衡点が $(X=0, Y=0)$ の時、品揃え力は $S1=0, S2=2.0$ になり、集客力は $T1=0, T2=2.0$ になる。均衡点が $(X=1.0, Y=1.0)$ の時、品揃え力は $S1=1.0, S2=1.0$ になり、集客力は $T1=1.0, T2=1.0$ になる。均衡点が $(X=2.0, Y=2.0)$ の時、品揃え力は $S1=2.0, S2=0$ になり、集客力は $T1=2.0, T2=0$ になる。次に a と b 、 c と d の値が逆数ではないケースについて考察する。

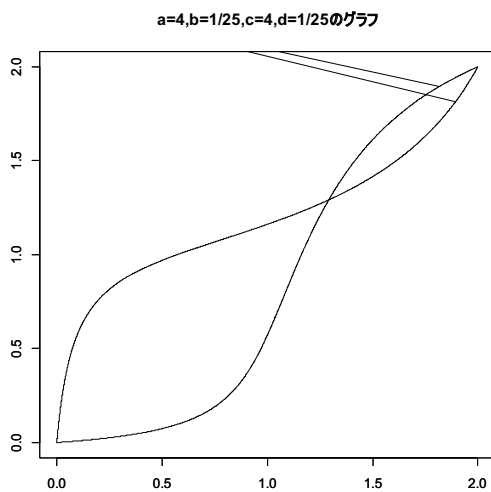


図 15

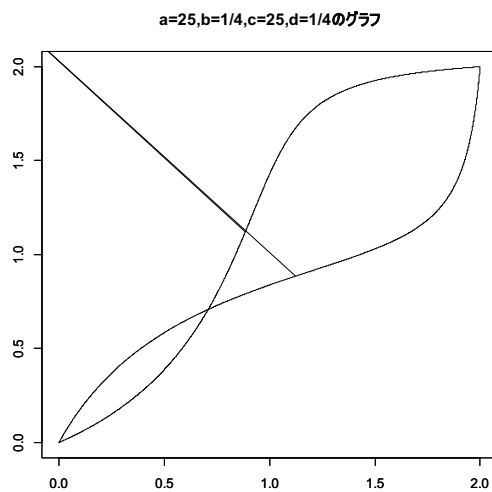


図 16

逆数でないケースでも均衡点は3つとなることがある。そして、その値は $(X=0, Y=0)$ 、 $(X=2.0, Y=2.0)$ は変わらず、もう一つの均衡点が変わることが分かる。その均衡点は、片方の消費者・生産者はスポット1に近く、もう片方の消費者・生産者はスポット2に近い、かつ、スポット1までの距離の値がスポット2までの距離よりも小さい時、均衡は右上にシフト、スポット1までの距離の値がスポット2までの距離よりも大きい時、均衡は左下シフトする。しかし、 $D11=D12, D21<D22, E11=E12, E21<E22$ の時、均衡点は $(X=0, Y=0)$ と $(X=2.0, Y=2.0)$ の2点だけとなる。

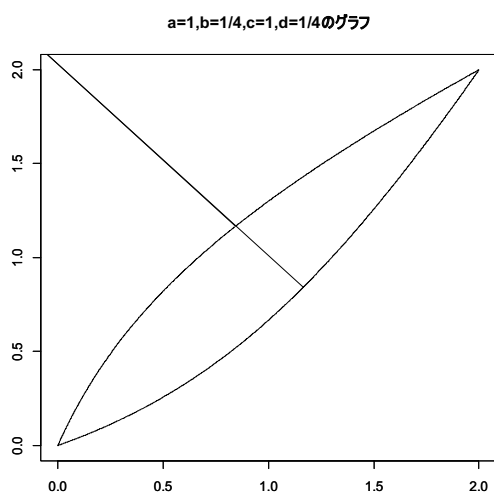


図 17

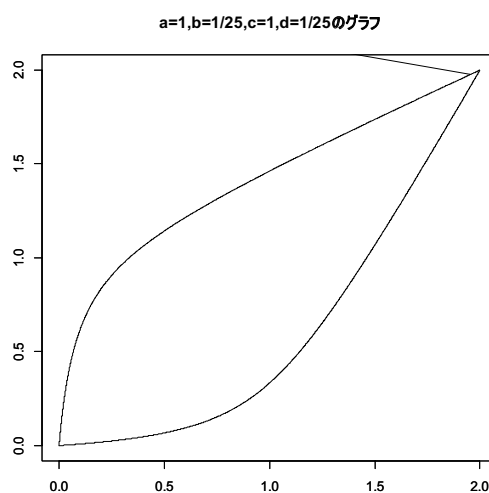


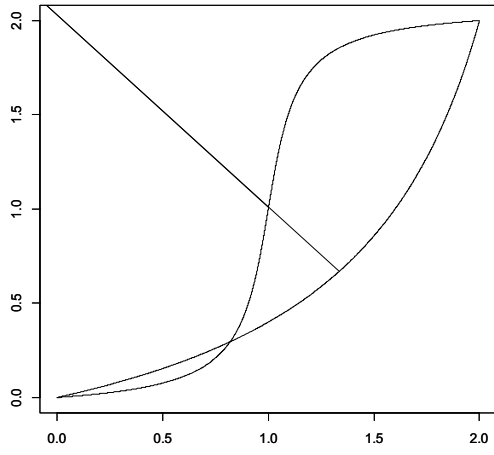
図 18

これは②、③のケースと同様に近い方のスポット2に集まると考えられ、均衡点 $(X=0, Y=0)$ を得ることができるが、補完性により現実的にはあまり考えられない $(X=2.0, Y=2.0)$ も均衡点になってしまうということだ。また、均衡点が $(X=0, Y=0)$ の時、品揃え力は $S1=0, S2=2.0$ になり、集客力は $T1=0, T2=2.0$ になる。均衡点が $(X=2.0, Y=2.0)$ の時、品揃え力は $S1=2.0, S2=0$ になり、集客力は $T1=2.0, T2=0$ になる。

⑤ $D11>D12, D21<D22, E11\geq E12, E21\geq E22$ のケース

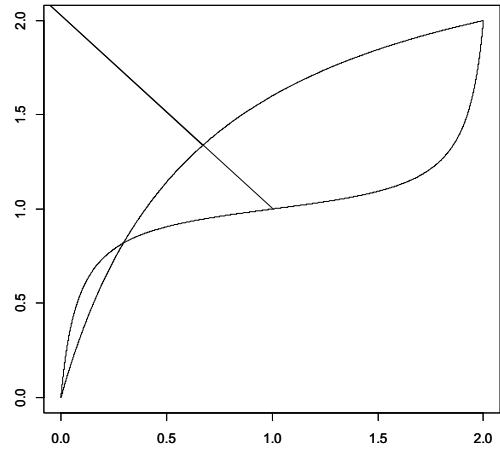
(関数の対称性からすべての不等号の向きを同時に逆にすると、45度線に関して対称な関数が描けるので、ここでは省略する。例えば、 $a=25, b=1/25, c=4, d=4$ のグラフと、 $a=4, b=4, c=25, d=1/25$ のグラフを描くと45度線に関して対称な関数を描くことができ、均衡点も45度線に関して対称な均衡点を得ることができる。)

a=25,b=1/25,c=4,d=4のグラフ



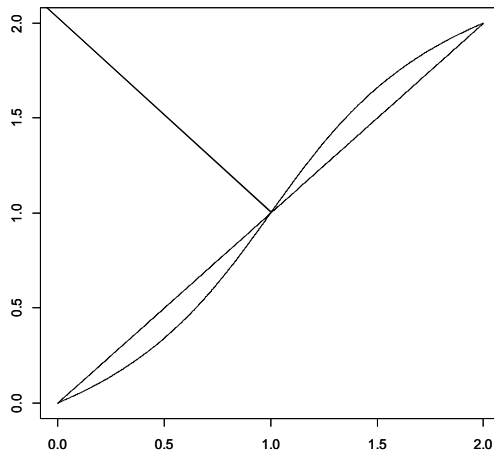
☒ 19

a=4,b=4,c=25,d=1/25のグラフ



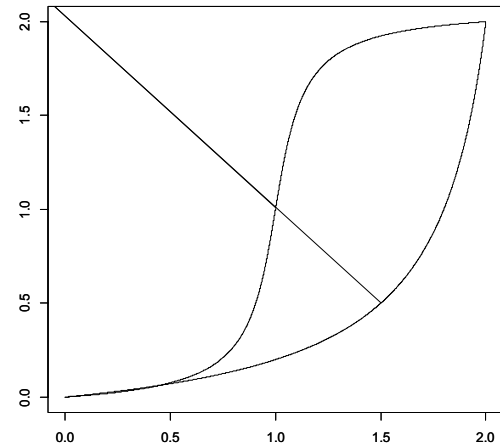
☒ 20

a=4,b=1/4,c=1,d=1のグラフ



☒ 21

a=25,b=1/25,c=9,d=9のグラフ



☒ 22

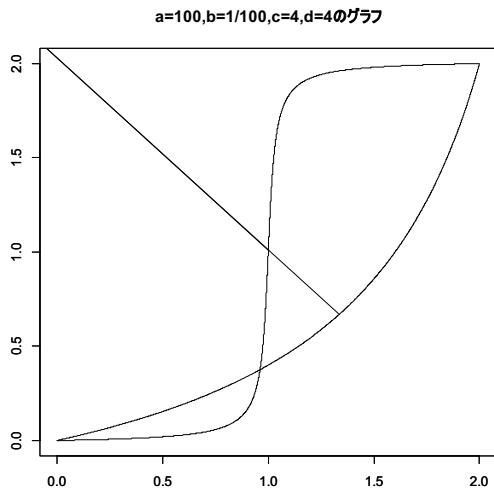


図 23

上図からケース⑤では均衡点が3つとなることがある。グラフを考察すると、生産者1, 2からスポット1の距離が遠くなるにつれ、生産者がスポット1を訪れる確率は低くなるのが分かる。そして、スポット1, 2に関して片方の消費者の距離が遠くなり、もう片方の消費者の距離が近くなるにつれ、消費者がスポット1を訪れる確率は高くなっていくことが分かる。つまり、生産者においては距離が近い方のスポットを訪れ、消費者においてはスポットとの距離が近い時には品揃えを考慮して訪れるが、あまりにも遠くなると、品揃えがどれほどかに関わらず、近い方のスポットを訪れるということである。しかし、値によっては均衡点が2つしか得られない場合もある。

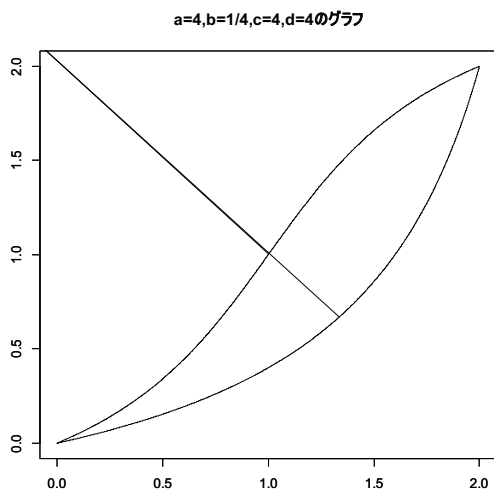


図 24

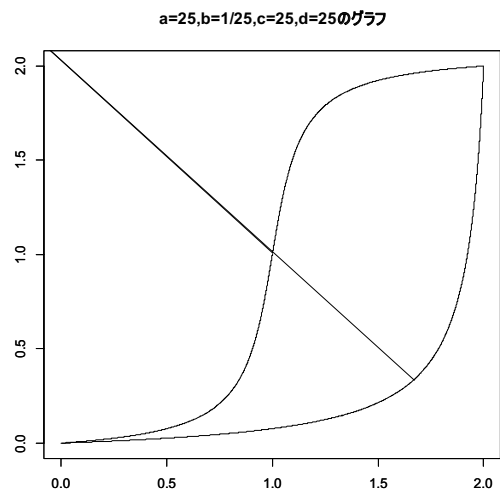


図 25

このように均衡点が3つではなく2つしか現れない原因として、 X 、 Y がそれぞれ X_1 と X_2 の和、 Y_1 と Y_2 の和であることが原因であると考えられる。よって X_1 、 X_2 、 Y_1 、 Y_2 それぞれの確率関数を描くことで、新たな均衡点が得られる可能性があると考えられるが、今回の分析では省略する。そして、均衡点が $(X=0, Y=0)$ の時、品揃え力は $S_1=0$ 、 $S_2=2.0$ になり、集客力は $T_1=0$ 、 $T_2=2.0$ になる。均衡点が $(X=2.0, Y=2.0)$ の時、品揃え力は $S_1=2.0$ 、 $S_2=0$ になり、集客力は $T_1=2.0$ 、 $T_2=0$ になる。それ以外の3つ目の均衡点の値、 S_1 、 S_2 、 T_1 、 T_2 の値のまとめは付録で紹介する。

⑥ $D_{11}>D_{12}$ 、 $D_{21}<D_{22}$ 、 $E_{11}<E_{12}$ 、 $E_{21}<E_{22}$ のケース

(関数の対称性からすべての不等号の向きを同時に逆にすると、45度線に関して対称なグラフを描くことができるため、ここでは省略する。例えば、 $a=25$ 、 $b=1/25$ 、 $c=1/4$ 、 $d=1/4$ のグラフと、 $a=1/4$ 、 $b=1/4$ 、 $c=25$ 、 $d=1/25$ のグラフを描くと45度線に関して対称な関数を描くことができ、均衡点も45度線に関して対称な均衡点を得ることができる。)

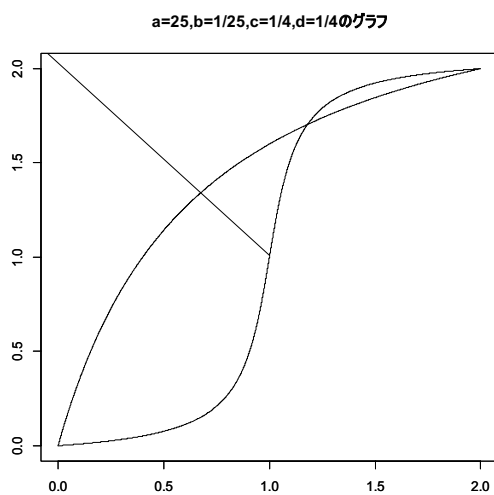


図 25

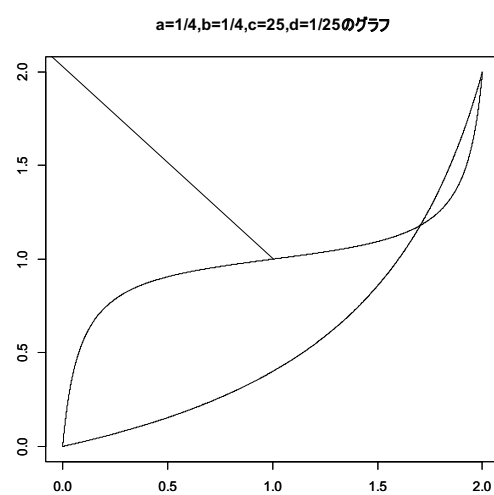


図 26

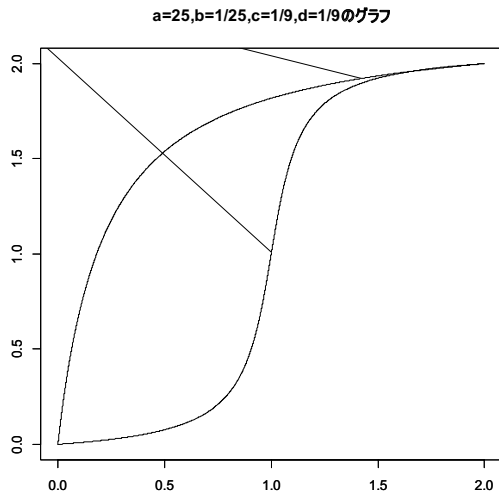


図 27

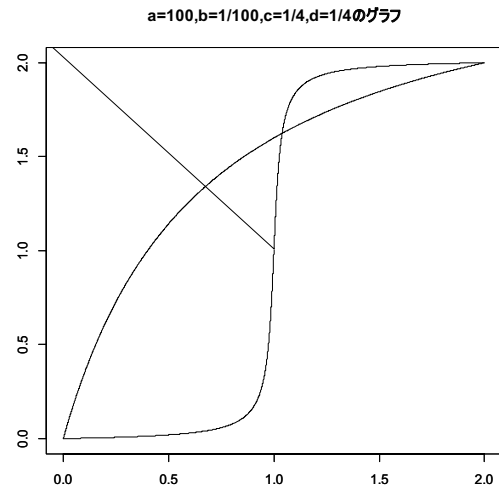


図 28

上図のように生産者からスポット 1 までの距離がスポット 2 に比べ近いケース⑥では、消費者とスポットとの距離が大きくなれば、 X の均衡点の値は 1.0 に近づき、生産者とスポット 2 との距離が大きくなれば、 Y の均衡点の値は 2.0 に近づく。これはケース⑤のグラフとの対称性から得ることができると考えられる。この結果からもケース⑤と同様に、消費者は品揃えがどれほどかに関わらず、スポットとの距離が遠くなるほど近い方のスポットに行き、生産者とスポットとの距離が近いほど、生産者がスポットを訪れる確率が高くなる。しかし、ケース⑤と同様に均衡点が 2 個しか現れない場合もある。

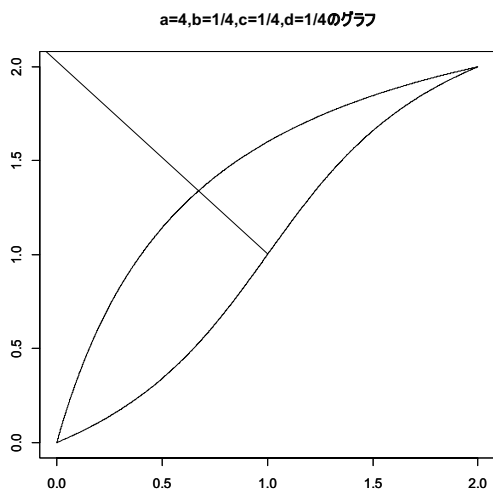


図 29

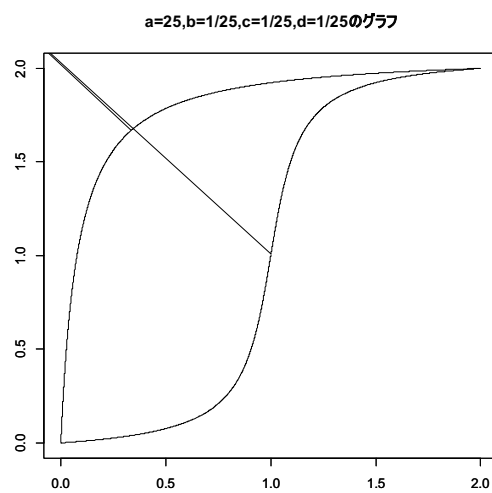


図 30

これもケース⑤と同様に X 、 Y がそれぞれ X_1 と X_2 、 Y_1 と Y_2 の和であることが理由であ

ると考えられる。以上の考察から、2 消費者、2 生産者、2 スポットのケースにおいて、消費者、生産者からスポットまでの距離の組み合わせによって、均衡が 2 つになる場合と 3 つになる場合があることが分かる。

第五章 終わりに

本稿では消費者の行動についてのモデルであったハフ・モデルを、消費者と生産者とが同時に行動を決定するモデルに拡張し、消費者・生産者と商業施設の距離に応じた、消費者・生産者の商業施設を訪れる確率やグラフの変化、商業施設の品揃え力や集客力の数値の変化を考察する分析を行った。本稿ではこのために、従来の生産者の立地選択に関するモデルであったハフ・モデルを、消費者と生産者の双方が出店先、訪問先を同時に決定する双方向型のモデルに拡張し、シミュレーションを行った。分析の結果、ハフ・モデルと同様に消費者・生産者と商業施設の距離が近ければ、商業施設を訪れる確率が高くなることが分かった。しかし、ハフ・モデルだけでは得られない興味深い結果も得ることができた。稀なケースではあるが、消費者・生産者と商業施設の距離がすべて等しければ、消費者と生産者の利用頻度にそれぞれの確率は依存することや、値によって均衡点が2つになったり3つになったりと均衡の変化も得ることができた。今回の検証では寄り道をしない、道の駅のような生産者が売りに来るスポットなどの制約や仮定を設けた。そして、本稿では消費者2、生産者2、商業施設2という単純なモデルで分析を行ったが、ここから一般的にも、均衡は、消費者や生産者と商業施設までの距離の組み合わせに応じて、2つであったり3つ以上であったりすることが示唆される。このことから、消費者の視点だけでは得られなかった均衡が生産者の視点を加えて分析することができることが分かる。今後、この分析をさらに一般的なものとし、モデルの数が生産者 x 人、消費者 y 人、スポット z ヶ所というシチュエーションを考えると、均衡の値がさらに複数現れる可能性があるかもしれない。また、今回のモデルでは消費者や生産者の行動様式についての仮定を出発点にしたが、行動様式の背景に存在するそれぞれの経済主体の目的関数(効用関数や利潤関数など)を合わせて考えることで、均衡のパフォーマンスについてさらに具体的な分析が可能になると考えられる。さらに、今回の分析結果を地域メッシュ統計・GIS⁶と組み合わせた店舗商圏の決定や従来のハフ・モデルで用いられる店舗面積を組み合わせた消費者・生産者の効用最大化問題に拡張を展開することで、より望ましい店舗立地の選択が可能になり、利用者全ての効用最大を実現することが可能になると考えられる。

⁶大貫学 (2007)「地域メッシュ統計データを活用した商圏決定」を参考にした。

付録

<ケース①～⑥の均衡点と品揃え、集客力のまとめ>

a,b,c,d の値	均衡	S1、S2、T1、T2 の値
ケース①		
a=1,b=1,c=1,d=1	(X=Y)で複数均衡	
ケース②		
a=1,b=4,c=1,d=4	(X=0、Y=0) (X=2.0、Y=2.0)	(S1=0、S2=2.0、 T1=0、T2=2.0)、 (S1=2.0、S2=0、 T1=2.0、T2=0)
a=1,b=9,c=1,d=9		
a=1,b=16,c=1,d=16		
a=1,b=25,c=1,d=25		
a=4,b=4,c=4,d=4		
a=4,b=9,c=4,d=9		
a=4,b=16,c=4,d=16		
a=4,b=25,c=4,d=25		
a=9,b=9,c=9,d=9		
a=9,b=16,c=9,d=16		
a=9,b=25,c=9,d=25		
a=16,b=16,c=16,d=16		
a=16,b=25,c=16,d=25		
a=25,b=25,c=25,d=25		
a=10000,b=10000,c=10000,d=10000		
ケース③		
a=1,b=1/4,c=1,d=1/4	(X=0、Y=0) (X=2.0、Y=2.0)	(S1=0、S2=2.0、 T1=0、T2=2.0)、 (S1=2.0、S2=0、 T1=2.0、T2=0)
a=1,b=1/9,c=1,d=1/9		
a=1,b=1/16,c=1,d=1/16		
a=1,b=1/25,c=1,d=1/25		
a=1/4,b=1/4,c=1/4,d=1/4		
a=1/4,b=1/9,c=1/4,d=1/9		
a=1/4,b=1/16,c=1/4,d=1/16		
a=1/4,b=1/25,c=1/4,d=1/25		
a=1/9,b=1/9,c=1/9,d=1/9		
a=1/9,b=1/16,c=1/9,d=1/16		
a=1/9,b=1/25,c=1/9,d=1/25		

a=1/16,b=1/16,c=1/16,d=1/16		
a=1/16,b=1/25,c=1/16,d=1/25		
a=1/25,b=1/25,c=1/25,d=1/25		
a=1/10000,b=1/10000,c=1/10000,d=1/10000		
0		
ケース④		
a=4,b=1/4,c=4,d=1/4	(X=0、Y=0) (X=1.0、Y=1.0) (X=2.0、Y=2.0)	(S1=0、S2=2.0、 T1=0、T2=2.0)、
a=9,b=1/9,c=9,d=1/9		(S1=1.0、S2=1.0、 T1=1.0、T2=1.0)、
a=16,b=1/16,c=16,d=1/16		(S1=2.0、S2=0、 T1=2.0、T2=0)
a=25,b=1/25,c=25,d=1/25		
a=100,b=1/100,c=100,d=1/100		
a=10000,b=1/10000,c=10000,d=1/10000		
a=1,b=1/4,c=1,d=1/9	(X=0、Y=0) (X=2.0、Y=2.0)	(S1=0、S2=2.0、 T1=0、T2=2.0)、
a=1,b=1/4,c=1,d=1/16		(S1=2.0、S2=0、 T1=2.0、T2=0)
a=1,b=1/4,c=1,d=1/25		
a=1,b=1/4,c=1,d=1/100		
a=1,b=1/4,c=1,d=1/10000		
a=1,b=1/4,c=4,d=1/4		
a=1,b=1/4,c=4,d=1/9	(X=0、Y=0) (X=0.45、Y=0.7) (X=2.0、Y=2.0)	S1=0.7、S2=1.3、 T1=0.45、T2=1.55
a=1,b=1/4,c=4,d=1/16	(X=0、Y=0) (X=0.6、Y=0.9) (X=2.0、Y=2.0)	S1=0.9、S2=1.1、 T1=0.6、T2=1.4
a=1,b=1/4,c=4,d=1/25	(X=0、Y=0) (X=0.65、Y=0.95) (X=2.0、Y=2.0)	S1=0.95、S2=1.05、 T1=0.65、T2=1.35
a=1,b=1/4,c=4,d=1/100	(X=0、Y=0) (X=0.7、Y=1.0) (X=2.0、Y=2.0)	S1=1.0、S2=1.0、 T1=0.7、T2=1.3
a=1,b=1/4,c=4,d=1/10000	(X=0、Y=0) (X=0.75、Y=1.05) (X=2.0、Y=2.0)	S1=1.05、S2=0.95、 T1=0.75、T2=1.25
a=1,b=1/4,c=9,d=1/4	(X=0、Y=0) (X=2.0、Y=2.0)	(S1=0、S2=2.0、 T1=0、T2=2.0)、

		(S1=2.0, S2=0, T1=2.0, T2=0)
a=1,b=1/4,c=9,d=1/9	(X=0, Y=0) (X=0.55, Y=0.85) (X=2.0, Y=2.0)	S1=0.85, S2=1.15, T1=0.55, T2=1.45
a=1,b=1/4,c=9,d=1/16	(X=0, Y=0) (X=0.7, Y=0.95) (X=2.0, Y=2.0)	S1=0.95, S2=1.05, T1=0.7, T2=1.3
a=1,b=1/4,c=9,d=1/25	(X=0, Y=0) (X=0.7, Y=1.05) (X=2.0, Y=2.0)	S1=1.05, S2=0.95, T1=0.7, T2=1.3
a=1,b=1/4,c=9,d=1/100	(X=0, Y=0) (X=0.45, Y=0.75) (X=2.0, Y=2.0)	S1=0.75, S2=1.25, T1=0.45, T2=1.55
a=1,b=1/4,c=9,d=1/10000	(X=0, Y=0) (X=0.75, Y=1.1) (X=2.0, Y=2.0)	S1=1.1, S2=0.9, T1=0.75, T2=1.25
a=1,b=1/4,c=16,d=1/4	(X=0, Y=0) (X=2.0, Y=2.0)	(S1=0, S2=2.0, T1=0, T2=2.0), (S1=2.0, S2=0, T1=2.0, T2=0)
a=1,b=1/4,c=16,d=1/9	(X=0, Y=0) (X=0.45, Y=0.75) (X=2.0, Y=2.0)	S1=0.75, S2=1.25, T1=0.45, T2=1.55
a=1,b=1/4,c=16,d=1/16	(X=0, Y=0) (X=0.55, Y=0.85) (X=2.0, Y=2.0)	S1=0.85, S2=1.15, T1=0.55, T2=1.45
a=1,b=1/4,c=16,d=1/25	(X=0, Y=0) (X=0.6, Y=0.9) (X=2.0, Y=2.0)	S1=0.9, S2=1.1, T1=0.6, T2=1.4
a=1,b=1/4,c=16,d=1/100	(X=0, Y=0) (X=0.65, Y=1.0) (X=2.0, Y=2.0)	S1=1.0, S2=1.0, T1=0.65, T2=1.25
a=1,b=1/4,c=16,d=1/10000	(X=0, Y=0) (X=0.66, Y=1.02) (X=2.0, Y=2.0)	S1=1.02, S2=0.98, T1=0.66, T2=1.34

a=1,b=1/4,c=25,d=1/4	(X=0, Y=0) (X=2.0, Y=2.0)	(S1=0, S2=2.0, T1=0, T2=2.0), (S1=2.0, S2=0, T1=2.0, T2=0)
a=1,b=1/4,c=25,d=1/9	(X=0, Y=0) (X=0.45, Y=0.75) (X=2.0, Y=2.0)	S1=0.75, S2=1.25, T1=0.45, T2=1.55
a=1,b=1/4,c=25,d=1/16	(X=0, Y=0) (X=0.55, Y=0.85) (X=2.0, Y=2.0)	S1=0.85, S2=1.15, T1=0.55, T2=1.45
a=1,b=1/4,c=25,d=1/25	(X=0, Y=0) (X=0.58, Y=0.9) (X=2.0, Y=2.0)	S1=0.9, S2=1.1, T1=0.58, T2=1.42
a=1,b=1/4,c=25,d=1/100	(X=0, Y=0) (X=0.6, Y=1.0) (X=2.0, Y=2.0)	S1=1.0, S2=1.0, T1=0.6, T2=1.4
a=1,b=1/4,c=25,d=1/10000	(X=0, Y=0) (X=0.63, Y=1.02) (X=2.0, Y=2.0)	S1=1.02, S2=0.98, T1=0.63, T2=1.37
a=1,b=1/4,c=100,d=1/4	(X=0, Y=0) (X=2.0, Y=2.0)	(S1=0, S2=2.0, T1=0, T2=2.0), (S1=2.0, S2=0, T1=2.0, T2=0)
a=1,b=1/4,c=100,d=1/9	(X=0, Y=0) (X=0.43, Y=0.7) (X=2.0, Y=2.0)	S1=0.7, S2=1.3, T1=0.43, T2=1.57
a=1,b=1/4,c=100,d=1/16	(X=0, Y=0) (X=0.52, Y=0.85) (X=2.0, Y=2.0)	S1=0.85, S2=1.15, T1=0.52, T2=1.48
a=1,b=1/4,c=100,d=1/25	(X=0, Y=0) (X=0.58, Y=0.9) (X=2.0, Y=2.0)	S1=0.9, S2=1.1, T1=0.58, T2=1.42
a=1,b=1/4,c=100,d=1/100	(X=0, Y=0) (X=0.62, Y=0.97) (X=2.0, Y=2.0)	S1=0.97, S2=1.03, T1=0.62, T2=1.38
a=1,b=1/4,c=100,d=1/10000	(X=0, Y=0)	S1=1.0, S2=1.0,

	(X=0.65, Y=1.0) (X=2.0, Y=2.0)	T1=0.65, T2=1.35
a=1,b=1/4,c=10000,d=1/4	(X=0, Y=0) (X=2.0, Y=2.0)	(S1=0, S2=2.0, T1=0, T2=2.0), (S1=2.0, S2=0, T1=2.0, T2=0)
a=1,b=1/4,c=10000,d=1/9	(X=0, Y=0) (X=0.43, Y=0.73) (X=2.0, Y=2.0)	S1=0.73, S2=1.27, T1=0.43, T2=1.57
a=1,b=1/4,c=10000,d=1/16	(X=0, Y=0) (X=0.52, Y=0.83) (X=2.0, Y=2.0)	S1=0.83, S2=1.17, T1=0.52, T2=1.48
a=1,b=1/4,c=10000,d=1/25	(X=0, Y=0) (X=0.58, Y=0.9) (X=2.0, Y=2.0)	S1=0.9, S2=1.1, T1=0.58, T2=1.42
a=1,b=1/4,c=10000,d=1/100	(X=0, Y=0) (X=0.63, Y=0.95) (X=2.0, Y=2.0)	S1=0.95, S2=1.05, T1=0.63, T2=1.37
a=1,b=1/4,c=10000,d=1/10000	(X=0, Y=0) (X=0.63, Y=1.0) (X=2.0, Y=2.0)	S1=1.0, S2=1.0, T1=0.63, T2=1.37
a=1,b=1/9,c=4,d=1/4	(X=0, Y=0)	(S1=0, S2=2.0, T1=0, T2=2.0),
a=1,b=1/9,c=4,d=1/9	(X=2.0, Y=2.0)	(S1=2.0, S2=0, T1=2.0, T2=0)
a=1,b=1/9,c=4,d=1/16	(X=0, Y=0) (X=0.4, Y=0.75) (X=2.0, Y=2.0)	S1=0.75, S2=1.25, T1=0.4, T2=1.6
a=1,b=1/9,c=4,d=1/25	(X=0, Y=0) (X=0.43, Y=0.9) (X=2.0, Y=2.0)	S1=0.9, S2=1.1, T1=0.43, T2=1.57
a=1,b=1/9,c=4,d=1/100	(X=0, Y=0) (X=0.55, Y=1.03) (X=2.0, Y=2.0)	S1=1.03, S2=0.97, T1=0.55, T2=1.45
a=1,b=1/9,c=4,d=1/10000	(X=0, Y=0) (X=0.58, Y=1.05)	S1=1.05, S2=0.95, T1=0.58, T2=1.42

	(X=2.0, Y=2.0)	
a=1,b=1/9,c=9,d=1/4	(X=0, Y=0)	(S1=0, S2=2.0,
a=1,b=1/9,c=9,d=1/9	(X=2.0, Y=2.0)	T1=0, T2=2.0), (S1=2.0, S2=0, T1=2.0, T2=0)
a=1,b=1/9,c=9,d=1/16	(X=0, Y=0) (X=0.4, Y=0.75) (X=2.0, Y=2.0)	S1=0.75, S2=1.25, T1=0.4, T2=1.6
a=1,b=1/9,c=9,d=1/25	(X=0, Y=0) (X=0.45, Y=0.9) (X=2.0, Y=2.0)	S1=0.9, S2=1.1, T1=0.45, T2=1.55
a=1,b=1/9,c=9,d=1/100	(X=0, Y=0) (X=0.48, Y=1.0) (X=2.0, Y=2.0)	S1=1.0, S2=1.0, T1=0.48, T2=1.52
a=1,b=1/9,c=9,d=1/10000	(X=0, Y=0) (X=0.48, Y=1.0) (X=2.0, Y=2.0)	S1=1.0, S2=1.0, T1=0.48, T2=1.52
a=1,b=1/9,c=16,d=1/4	(X=0, Y=0)	(S1=0, S2=2.0,
a=1,b=1/9,c=16,d=1/9	(X=2.0, Y=2.0)	T1=0, T2=2.0), (S1=2.0, S2=0, T1=2.0, T2=0)
a=1,b=1/9,c=16,d=1/16	(X=0, Y=0) (X=0.35, Y=0.7) (X=2.0, Y=2.0)	S1=0.7, S2=1.3, T1=0.35, T2=1.65
a=1,b=1/9,c=16,d=1/25	(X=0, Y=0) (X=0.4, Y=0.82) (X=2.0, Y=2.0)	S1=0.82, S2=1.18, T1=0.4, T2=1.6
a=1,b=1/9,c=16,d=1/100	(X=0, Y=0) (X=0.48, Y=0.98) (X=2.0, Y=2.0)	S1=0.98, S2=1.02, T1=0.48, T2=1.52
a=1,b=1/9,c=16,d=1/10000	(X=0, Y=0) (X=0.5, Y=1.0) (X=2.0, Y=2.0)	S1=1.0, S2=1.0, T1=0.5, T2=1.5
a=1,b=1/9,c=25,d=1/4	(X=0, Y=0)	(S1=0, S2=2.0,
a=1,b=1/9,c=25,d=1/9	(X=2.0, Y=2.0)	T1=0, T2=2.0), (S1=2.0, S2=0,

		T1=2.0、T2=0)
a=1,b=1/9,c=25,d=1/16	(X=0、Y=0) (X=0.35、Y=0.7) (X=2.0、Y=2.0)	S1=0.7、S2=1.3、 T1=0.35、T2=1.65
a=1,b=1/9,c=25,d=1/25	(X=0、Y=0) (X=0.4、Y=0.82) (X=2.0、Y=2.0)	S1=0.82、S2=1.18、 T1=0.4、T2=1.6
a=1,b=1/9,c=25,d=1/100	(X=0、Y=0) (X=0.45、Y=0.98) (X=2.0、Y=2.0)	S1=0.98、S2=1.02、 T1=0.45、T2=1.55
a=1,b=1/9,c=25,d=1/10000	(X=0、Y=0) (X=0.5、Y=1.0) (X=2.0、Y=2.0)	S1=1.0、S2=1.0、 T1=0.5、T2=1.5
a=1,b=1/9,c=100,d=1/4	(X=0、Y=0)	(S1=0、S2=2.0、
a=1,b=1/9,c=100,d=1/9	(X=2.0、Y=2.0)	T1=0、T2=2.0)、 (S1=2.0、S2=0、 T1=2.0、T2=0)
a=1,b=1/9,c=100,d=1/16	(X=0、Y=0) (X=0.3、Y=0.65) (X=2.0、Y=2.0)	S1=0.65、S2=1.35、 T1=0.3、T2=1.7
a=1,b=1/9,c=100,d=1/25	(X=0、Y=0) (X=0.4、Y=0.83) (X=2.0、Y=2.0)	S1=0.83、S2=1.17、 T1=0.4、T2=1.6
a=1,b=1/9,c=100,d=1/100	(X=0、Y=0) (X=0.45、Y=0.97) (X=2.0、Y=2.0)	S1=0.97、S2=1.03、 T1=0.45、T2=1.55
a=1,b=1/9,c=100,d=1/10000	(X=0、Y=0) (X=0.5、Y=1.0) (X=2.0、Y=2.0)	S1=1.0、S2=1.0、 T1=0.5、T2=1.5
a=1,b=1/9,c=10000,d=1/4	(X=0、Y=0)	(S1=0、S2=2.0、
a=1,b=1/9,c=10000,d=1/9	(X=2.0、Y=2.0)	T1=0、T2=2.0)、 (S1=2.0、S2=0、 T1=2.0、T2=0)
a=1,b=1/9,c=10000,d=1/16	(X=0、Y=0) (X=0.3、Y=0.62) (X=2.0、Y=2.0)	S1=0.62、S2=1.38、 T1=0.3、T2=1.7

a=1,b=1/9,c=10000,d=1/25	(X=0, Y=0) (X=0.4, Y=0.83) (X=2.0, Y=2.0)	S1=0.83, S2=1.17, T1=0.4, T2=1.6
a=1,b=1/9,c=10000,d=1/100	(X=0, Y=0) (X=0.45, Y=0.97) (X=2.0, Y=2.0)	S1=0.97, S2=1.03, T1=0.45, T2=1.55
a=1,b=1/9,c=10000,d=1/10000	(X=0, Y=0) (X=0.5, Y=1.0) (X=2.0, Y=2.0)	S1=1.0, S2=1.0, T1=0.5, T2=1.5
a=1,b=1/16,c=4,d=1/4	(X=0, Y=0)	(S1=0, S2=2.0,
a=1,b=1/16,c=4,d=1/9	(X=2.0, Y=2.0)	T1=0, T2=2.0),
a=1,b=1/16,c=4,d=1/16		(S1=2.0, S2=0, T1=2.0, T2=0)
a=1,b=1/16,c=4,d=1/25	(X=0, Y=0) (X=0.35, Y=0.8) (X=2.0, Y=2.0)	S1=0.8, S2=1.2, T1=0.35, T2=1.65
a=1,b=1/16,c=9,d=1/4	(X=0, Y=0)	(S1=0, S2=2.0,
a=1,b=1/16,c=9,d=1/9	(X=2.0, Y=2.0)	T1=0, T2=2.0),
a=1,b=1/16,c=9,d=1/16		(S1=2.0, S2=0, T1=2.0, T2=0)
a=1,b=1/16,c=9,d=1/25	(X=0, Y=0) (X=0.35, Y=0.75) (X=2.0, Y=2.0)	S1=0.75, S2=1.25, T1=0.35, T2=1.65
a=1,b=1/16,c=16,d=1/4	(X=0, Y=0)	(S1=0, S2=2.0,
a=1,b=1/16,c=16,d=1/9	(X=2.0, Y=2.0)	T1=0, T2=2.0),
a=1,b=1/16,c=16,d=1/16		(S1=2.0, S2=0, T1=2.0, T2=0)
a=1,b=1/16,c=16,d=1/25	(X=0, Y=0) (X=0.3, Y=0.73) (X=2.0, Y=2.0)	S1=0.73, S2=1.27, T1=0.3, T2=1.7
a=1,b=1/16,c=25,d=1/4	(X=0, Y=0)	(S1=0, S2=2.0,
a=1,b=1/16,c=25,d=1/9	(X=2.0, Y=2.0)	T1=0, T2=2.0),
a=1,b=1/16,c=25,d=1/16		(S1=2.0, S2=0, T1=2.0, T2=0)
a=1,b=1/16,c=25,d=1/25	(X=0, Y=0) (X=0.3, Y=0.7)	S1=0.7, S2=1.3, T1=0.3, T2=1.7

	(X=2.0, Y=2.0)	
a=1,b=1/25,c=4,d=1/4	(X=0, Y=0) (X=2.0, Y=2.0)	(S1=0, S2=2.0, T1=0, T2=2.0), (S1=2.0, S2=0, T1=2.0, T2=0)
a=1,b=1/25,c=4,d=1/9		
a=1,b=1/25,c=4,d=1/16		
a=1,b=1/25,c=4,d=1/25		
a=1,b=1/25,c=9,d=1/4		
a=1,b=1/25,c=9,d=1/9		
a=1,b=1/25,c=9,d=1/16		
a=1,b=1/25,c=9,d=1/25		
a=1,b=1/25,c=16,d=1/4		
a=1,b=1/25,c=16,d=1/9		
a=1,b=1/25,c=16,d=1/16		
a=1,b=1/25,c=16,d=1/25		
a=1,b=1/25,c=25,d=1/4		
a=1,b=1/25,c=25,d=1/9		
a=1,b=1/25,c=25,d=1/16		
a=1,b=1/25,c=25,d=1/25		
a=4,b=1/4,c=4,d=1/9	(X=0, Y=0) (X=1.1, Y=1.1) (X=2.0, Y=2.0)	S1=1.1, S2=0.9, T1=1.1, T2=0.9
a=4,b=1/4,c=4,d=1/16	(X=0, Y=0) (X=1.5, Y=1.2) (X=2.0, Y=2.0)	S1=1.2, S2=0.8, T1=1.5, T2=0.5
a=4,b=1/4,c=4,d=1/25	(X=0, Y=0) (X=1.5, Y=1.2) (X=2.0, Y=2.0)	S1=1.2, S2=0.8, T1=1.5, T2=0.5
a=4,b=1/4,c=9,d=1/4	(X=0, Y=0) (X=0.9, Y=0.85) (X=2.0, Y=2.0)	S1=0.85, S2=1.15, T1=0.9, T2=1.1
a=4,b=1/4,c=9,d=1/9	(X=0, Y=0) (X=1.0, Y=1.0) (X=2.0, Y=2.0)	S1=1.0, S2=1.0, T1=1.0, T2=1.0
a=4,b=1/4,c=9,d=1/16	(X=0, Y=0) (X=1.05, Y=1.1) (X=2.0, Y=2.0)	S1=1.1, S2=0.9, T1=1.05, T2=0.95

a=4,b=1/4,c=9,d=1/25	(X=0, Y=0) (X=1.05, Y=1.05) (X=2.0, Y=2.0)	S1=1.05, S2=0.95, T1=1.05, T2=0.95
a=4,b=1/4,c=16,d=1/4	(X=0, Y=0) (X=0.9, Y=0.8) (X=2.0, Y=2.0)	S1=0.8, S2=1.2, T1=0.9, T2=1.1
a=4,b=1/4,c=16,d=1/9	(X=0, Y=0) (X=0.95, Y=0.95) (X=2.0, Y=2.0)	S1=0.95, S2=1.05, T1=0.95, T2=1.05
a=4,b=1/4,c=16,d=1/16	(X=0, Y=0) (X=1.0, Y=1.0) (X=2.0, Y=2.0)	S1=1.0, S2=1.0, T1=1.0, T2=1.0
a=4,b=1/4,c=16,d=1/25	(X=0, Y=0) (X=1.05, Y=1.05) (X=2.0, Y=2.0)	S1=1.05, S2=0.95, T1=1.05, T2=0.95
a=4,b=1/4,c=25,d=1/4	(X=0, Y=0) (X=0.9, Y=0.75) (X=2.0, Y=2.0)	S1=0.75, S2=1.25, T1=0.9, T2=1.1
a=4,b=1/4,c=25,d=1/9	(X=0, Y=0) (X=0.95, Y=0.9) (X=2.0, Y=2.0)	S1=0.9, S2=1.1, T1=0.95, T2=1.05
a=4,b=1/4,c=25,d=1/16	(X=0, Y=0) (X=0.98, Y=0.98) (X=2.0, Y=2.0)	S1=0.98, S2=1.02, T1=0.98, T2=1.02
a=4,b=1/4,c=25,d=1/25	(X=0, Y=0) (X=1.0, Y=1.0) (X=2.0, Y=2.0)	S1=1.0, S2=1.0, T1=1.0, T2=1.0
a=4,b=1/9,c=4,d=1/4	(X=0, Y=0) (X=1.1, Y=1.1) (X=2.0, Y=2.0)	S1=1.1, S2=0.9, T1=1.1, T2=0.9
a=4,b=1/9,c=4,d=1/9	(X=0, Y=0) (X=1.2, Y=1.2) (X=2.0, Y=2.0)	S1=1.2, S2=0.8, T1=1.2, T2=0.8
a=4,b=1/9,c=4,d=1/16	(X=0, Y=0) (X=1.2, Y=1.25) (X=2.0, Y=2.0)	S1=1.25, S2=0.75, T1=1.2, T2=0.8

a=4,b=1/9,c=4,d=1/25	(X=0, Y=0) (X=1.25, Y=1.25) (X=2.0, Y=2.0)	S1=1.25, S2=0.75, T1=1.25, T2=0.75
a=4,b=1/9,c=9,d=1/4	(X=0, Y=0) (X=1.1, Y=0.95) (X=2.0, Y=2.0)	S1=0.95, S2=1.05, T1=1.1, T2=0.9
a=4,b=1/9,c=9,d=1/9	(X=0, Y=0) (X=1.5, Y=1.05) (X=2.0, Y=2.0)	S1=1.05, S2=0.95, T1=1.5, T2=0.5
a=4,b=1/9,c=9,d=1/16	(X=0, Y=0) (X=1.8, Y=1.1) (X=2.0, Y=2.0)	S1=1.1, S2=0.9, T1=1.8, T2=0.2
a=4,b=1/9,c=9,d=1/25	(X=0, Y=0) (X=1.8, Y=1.1) (X=2.0, Y=2.0)	S1=1.1, S2=0.9, T1=1.8, T2=0.2
a=4,b=1/9,c=16,d=1/4	(X=0, Y=0) (X=1.05, Y=0.9) (X=2.0, Y=2.0)	S1=0.9, S2=1.1, T1=1.05, T2=0.95
a=4,b=1/9,c=16,d=1/9	(X=0, Y=0) (X=1.1, Y=0.95) (X=2.0, Y=2.0)	S1=0.95, S2=1.05, T1=1.1, T2=0.95
a=4,b=1/9,c=16,d=1/16	(X=0, Y=0) (X=1.1, Y=1.01) (X=2.0, Y=2.0)	S1=1.01, S2=0.99, T1=1.1, T2=0.9
a=4,b=1/9,c=16,d=1/25	(X=0, Y=0) (X=1.1, Y=1.02) (X=2.0, Y=2.0)	S1=1.02, S2=0.08, T1=1.1, T2=0.9
a=4,b=1/9,c=25,d=1/4	(X=0, Y=0) (X=1.05, Y=0.8) (X=2.0, Y=2.0)	S1=0.8, S2=1.2, T1=1.05, T2=0.95
a=4,b=1/9,c=25,d=1/9	(X=0, Y=0) (X=1.08, Y=0.95) (X=2.0, Y=2.0)	S1=0.95, S2=1.05, T1=1.08, T2=0.92
a=4,b=1/9,c=25,d=1/16	(X=0, Y=0) (X=1.1, Y=0.98) (X=2.0, Y=2.0)	S1=0.98, S2=1.02, T1=1.1, T2=0.9

a=4,b=1/9,c=25,d=1/25	(X=0, Y=0) (X=1.1, Y=1.01) (X=2.0, Y=2.0)	S1=1.01, S2=0.09, T1=1.1, T2=0.9
a=4,b=1/16,c=4,d=1/16	(X=0, Y=0) (X=1.2, Y=1.2) (X=2.0, Y=2.0)	S1=1.2, S2=0.8, T1=1.2, T2=0.8
a=4,b=1/16,c=4,d=1/25	(X=0, Y=0) (X=1.25, Y=1.25) (X=2.0, Y=2.0)	S1=1.25, S2=0.75, T1=1.25, T2=0.75
a=4,b=1/16,c=9,d=1/4	(X=0, Y=0) (X=1.1, Y=0.95) (X=2.0, Y=2.0)	S1=0.95, S2=1.05, T1=1.1, T2=0.9
a=4,b=1/16,c=9,d=1/9	(X=0, Y=0) (X=1.15, Y=1.05) (X=2.0, Y=2.0)	S1=1.05, S2=0.95, T1=1.15, T2=0.85
a=4,b=1/16,c=9,d=1/16	(X=0, Y=0) (X=1.2, Y=1.1) (X=2.0, Y=2.0)	S1=1.1, S2=0.9, T1=1.2, T2=0.8
a=4,b=1/16,c=9,d=1/25	(X=0, Y=0) (X=1.2, Y=1.1) (X=2.0, Y=2.0)	S1=1.1, S2=0.9, T1=1.2, T2=0.8
a=4,b=1/16,c=16,d=1/4	(X=0, Y=0) (X=1.1, Y=0.9) (X=2.0, Y=2.0)	S1=0.9, S2=1.1, T1=1.1, T2=0.9
a=4,b=1/16,c=16,d=1/9	(X=0, Y=0) (X=1.12, Y=1.0) (X=2.0, Y=2.0)	S1=1.0, S2=1.0, T1=1.12, T2=0.88
a=4,b=1/16,c=16,d=1/16	(X=0, Y=0) (X=1.12, Y=1.02) (X=2.0, Y=2.0)	S1=1.02, S2=0.98, T1=1.12, T2=0.88
a=4,b=1/16,c=16,d=1/25	(X=0, Y=0) (X=1.12, Y=1.05) (X=2.0, Y=2.0)	S1=1.05, S2=0.95, T1=1.12, T2=0.88
a=4,b=1/16,c=25,d=1/4	(X=0, Y=0) (X=1.05, Y=0.85) (X=2.0, Y=2.0)	S1=0.85, S2=1.15, T1=1.05, T2=0.95

a=4,b=1/16,c=25,d=1/9	(X=0, Y=0) (X=1.1, Y=0.95) (X=2.0, Y=2.0)	S1=0.95, S2=1.05, T1=1.1, T2=0.9
a=4,b=1/16,c=25,d=1/16	(X=0, Y=0) (X=1.15, Y=1.0) (X=2.0, Y=2.0)	S1=1.0, S2=1.0, T1=1.15, T2=0.85
a=4,b=1/16,c=25,d=1/25	(X=0, Y=0) (X=1.15, Y=1.02) (X=2.0, Y=2.0)	S1=1.02, S2=0.98, T1=1.15, T2=0.85
a=4,b=1/25,c=4,d=1/25	(X=0, Y=0) (X=0.3, Y=0.7) (X=2.0, Y=2.0)	S1=0.7, S2=1.3, T1=0.3, T2=1.7
a=4,b=1/25,c=4,d=1/25	(X=0, Y=0) (X=1.3, Y=1.3) (X=2.0, Y=2.0)	S1=1.3, S2=0.7, T1=1.3, T2=0.7
a=4,b=1/25,c=9,d=1/4	(X=0, Y=0) (X=1.15, Y=0.95) (X=2.0, Y=2.0)	S1=0.95, S2=1.05, T1=1.15, T2=0.85
a=4,b=1/25,c=9,d=1/9	(X=0, Y=0) (X=1.15, Y=1.05) (X=2.0, Y=2.0)	S1=1.05, S2=0.95, T1=1.15, T2=0.85
a=4,b=1/25,c=9,d=1/16	(X=0, Y=0) (X=1.2, Y=1.15) (X=2.0, Y=2.0)	S1=1.15, S2=0.85, T1=1.2, T2=0.8
a=4,b=1/25,c=9,d=1/25	(X=0, Y=0) (X=1.2, Y=1.1) (X=2.0, Y=2.0)	S1=1.1, S2=0.9, T1=1.2, T2=0.8
a=4,b=1/25,c=16,d=1/4	(X=0, Y=0) (X=1.1, Y=0.9) (X=2.0, Y=2.0)	S1=0.9, S2=1.1, T1=1.1, T2=0.9
a=4,b=1/25,c=16,d=1/9	(X=0, Y=0) (X=1.15, Y=1.0) (X=2.0, Y=2.0)	S1=1.0, S2=1.0, T1=1.15, T2=0.85
a=4,b=1/25,c=16,d=1/16	(X=0, Y=0) (X=1.15, Y=1.05) (X=2.0, Y=2.0)	S1=1.05, S2=0.95, T1=1.15, T2=0.85

a=4,b=1/25,c=16,d=1/25	(X=0, Y=0) (X=1.15, Y=1.05) (X=2.0, Y=2.0)	S1=1.05, S2=0.95, T1=1.15, T2=0.85
a=4,b=1/25,c=25,d=1/4	(X=0, Y=0) (X=1.1, Y=0.9) (X=2.0, Y=2.0)	S1=0.9, S2=1.1, T1=1.1, T2=0.9
a=4,b=1/25,c=25,d=1/9	(X=0, Y=0) (X=1.15, Y=0.95) (X=2.0, Y=2.0)	S1=0.95, S2=1.05, T1=1.15, T2=0.85
a=4,b=1/25,c=25,d=1/16	(X=0, Y=0) (X=1.15, Y=1.02) (X=2.0, Y=2.0)	S1=1.02, S2=0.98, T1=1.15, T2=0.85
a=4,b=1/25,c=25,d=1/25	(X=0, Y=0) (X=1.15, Y=1.03) (X=2.0, Y=2.0)	S1=1.03, S2=0.97, T1=1.15, T2=0.85
a=9,b=1/4,c=9,d=1/4	(X=0, Y=0) (X=0.8, Y=0.8) (X=2.0, Y=2.0)	S1=0.8, S2=1.2, T1=0.8, T2=1.2
a=9,b=1/4,c=9,d=1/9	(X=0, Y=0) (X=0.9, Y=0.95) (X=2.0, Y=2.0)	S1=0.95, S2=1.05, T1=0.9, T2=1.1
a=9,b=1/4,c=9,d=1/16	(X=0, Y=0) (X=0.95, Y=1.05) (X=2.0, Y=2.0)	S1=1.05, S2=0.95, T1=0.95, T2=1.05
a=9,b=1/4,c=9,d=1/25	(X=0, Y=0) (X=0.95, Y=1.05) (X=2.0, Y=2.0)	S1=1.05, S2=0.95, T1=0.95, T2=1.05
a=9,b=1/4,c=16,d=1/4	(X=0, Y=0) (X=0.8, Y=0.75) (X=2.0, Y=2.0)	S1=0.75, S2=1.25, T1=0.8, T2=1.2
a=9,b=1/4,c=16,d=1/9	(X=0, Y=0) (X=0.9, Y=0.9) (X=2.0, Y=2.0)	S1=0.9, S2=1.1, T1=0.9, T2=1.1
a=9,b=1/4,c=16,d=1/16	(X=0, Y=0) (X=0.9, Y=0.95) (X=2.0, Y=2.0)	S1=0.95, S2=1.05, T1=0.9, T2=1.1

a=9,b=1/4,c=16,d=1/25	(X=0, Y=0) (X=0.93, Y=0.98) (X=2.0, Y=2.0)	S1=0.98, S2=1.02, T1=0.93, T2=1.07
a=9,b=1/4,c=25,d=1/4	(X=0, Y=0) (X=0.78, Y=0.75) (X=2.0, Y=2.0)	S1=0.75, S2=1.25, T1=0.78, T2=1.22
a=9,b=1/4,c=25,d=1/9	(X=0, Y=0) (X=0.9, Y=0.9) (X=2.0, Y=2.0)	S1=0.9, S2=1.1, T1=0.9, T2=1.1
a=9,b=1/4,c=25,d=1/16	(X=0, Y=0) (X=0.9, Y=0.95) (X=2.0, Y=2.0)	S1=0.95, S2=1.05, T1=0.9, T2=1.1
a=9,b=1/4,c=25,d=1/25	(X=0, Y=0) (X=0.92, Y=0.98) (X=2.0, Y=2.0)	S1=0.98, S2=1.02, T1=0.92, T2=1.08
a=9,b=1/9,c=9,d=1/4	(X=0, Y=0) (X=1.0, Y=0.9) (X=2.0, Y=2.0)	S1=0.9, S2=1.1, T1=1.0, T2=1.0
a=9,b=1/9,c=9,d=1/9	(X=0, Y=0) (X=1.05, Y=1.01) (X=2.0, Y=2.0)	S1=1.01, S2=0.99, T1=1.05, T2=0.85
a=9,b=1/9,c=9,d=1/16	(X=0, Y=0) (X=1.05, Y=1.05) (X=2.0, Y=2.0)	S1=1.05, S2=0.95, T1=1.05, T2=0.95
a=9,b=1/9,c=9,d=1/25	(X=0, Y=0) (X=1.05, Y=1.05) (X=2.0, Y=2.0)	S1=1.05, S2=0.95, T1=1.05, T2=0.95
a=9,b=1/9,c=16,d=1/4	(X=0, Y=0) (X=0.98, Y=0.85) (X=2.0, Y=2.0)	S1=0.85, S2=1.15, T1=0.98, T2=1.02
a=9,b=1/9,c=16,d=1/9	(X=0, Y=0) (X=1.03, Y=0.97) (X=2.0, Y=2.0)	S1=0.97, S2=1.03, T1=1.03, T2=0.97
a=9,b=1/9,c=16,d=1/16	(X=0, Y=0) (X=1.05, Y=1.0) (X=2.0, Y=2.0)	S1=1.0, S2=1.0, T1=1.05, T2=0.95

a=9,b=1/9,c=16,d=1/25	(X=0, Y=0) (X=1.05, Y=1.02) (X=2.0, Y=2.0)	S1=1.02, S2=0.98, T1=1.05, T2=0.85
a=9,b=1/9,c=25,d=1/4	(X=0, Y=0) (X=0.98, Y=0.85) (X=2.0, Y=2.0)	S1=0.85, S2=1.15, T1=0.98, T2=1.02
a=9,b=1/9,c=25,d=1/9	(X=0, Y=0) (X=1.02, Y=0.95) (X=2.0, Y=2.0)	S1=0.95, S2=1.05, T1=1.02, T2=0.98
a=9,b=1/9,c=25,d=1/16	(X=0, Y=0) (X=1.05, Y=0.98) (X=2.0, Y=2.0)	S1=0.98, S2=1.02, T1=1.05, T2=0.95
a=9,b=1/9,c=25,d=1/25	(X=0, Y=0) (X=1.05, Y=1.0) (X=2.0, Y=2.0)	S1=1.0, S2=1.0, T1=1.05, T2=0.95
a=9,b=1/16,c=9,d=1/4	(X=0, Y=0) (X=1.05, Y=0.9) (X=2.0, Y=2.0)	S1=0.9, S2=1.1, T1=1.05, T2=0.95
a=9,b=1/16,c=9,d=1/9	(X=0, Y=0) (X=1.05, Y=1.02) (X=2.0, Y=2.0)	S1=1.02, S2=0.98, T1=1.05, T2=0.95
a=9,b=1/16,c=9,d=1/16	(X=0, Y=0) (X=1.1, Y=1.05) (X=2.0, Y=2.0)	S1=1.05, S2=0.95, T1=1.1, T2=0.9
a=9,b=1/16,c=9,d=1/25	(X=0, Y=0) (X=1.1, Y=1.08) (X=2.0, Y=2.0)	S1=1.08, S2=0.92, T1=1.1, T2=0.9
a=9,b=1/16,c=16,d=1/4	(X=0, Y=0) (X=1.03, Y=0.85) (X=2.0, Y=2.0)	S1=0.85, S2=1.15, T1=1.03, T2=0.97
a=9,b=1/16,c=16,d=1/9	(X=0, Y=0) (X=1.05, Y=0.98) (X=2.0, Y=2.0)	S1=0.98, S2=1.02, T1=1.05, T2=0.95
a=9,b=1/16,c=16,d=1/16	(X=0, Y=0) (X=1.08, Y=1.02) (X=2.0, Y=2.0)	S1=1.02, S2=0.98, T1=1.08, T2=0.92

a=9,b=1/16,c=16,d=1/25	(X=0, Y=0) (X=1.08, Y=1.03) (X=2.0, Y=2.0)	S1=1.03, S2=0.97, T1=1.08, T2=0.92
a=9,b=1/16,c=25,d=1/4	(X=0, Y=0) (X=1.03, Y=0.85) (X=2.0, Y=2.0)	S1=0.85, S2=1.15, T1=1.03, T2=0.97
a=9,b=1/16,c=25,d=1/9	(X=0, Y=0) (X=1.05, Y=0.95) (X=2.0, Y=2.0)	S1=0.95, S2=1.05, T1=1.05, T2=0.95
a=9,b=1/16,c=25,d=1/16	(X=0, Y=0) (X=1.05, Y=0.98) (X=2.0, Y=2.0)	S1=0.98, S2=1.02, T1=1.05, T2=0.95
a=9,b=1/16,c=25,d=1/25	(X=0, Y=0) (X=1.05, Y=1.0) (X=2.0, Y=2.0)	S1=1.0, S2=1.0, T1=1.05, T2=0.95
a=9,b=1/25,c=9,d=1/4	(X=0, Y=0) (X=1.03, Y=0.93) (X=2.0, Y=2.0)	S1=0.93, S2=1.07, T1=1.03, T2=0.97
a=9,b=1/25,c=9,d=1/9	(X=0, Y=0) (X=1.05, Y=1.02) (X=2.0, Y=2.0)	S1=1.02, S2=0.98, T1=1.05, T2=0.95
a=9,b=1/25,c=9,d=1/16	(X=0, Y=0) (X=1.05, Y=1.05) (X=2.0, Y=2.0)	S1=1.05, S2=0.95, T1=1.05, T2=0.95
a=9,b=1/25,c=9,d=1/25	(X=0, Y=0) (X=1.05, Y=1.05) (X=2.0, Y=2.0)	S1=1.05, S2=0.95, T1=1.05, T2=0.95
a=9,b=1/25,c=16,d=1/4	(X=0, Y=0) (X=1.03, Y=0.98) (X=2.0, Y=2.0)	S1=0.98, S2=1.02, T1=1.03, T2=0.97
a=9,b=1/25,c=16,d=1/9	(X=0, Y=0) (X=1.03, Y=0.99) (X=2.0, Y=2.0)	S1=0.99, S2=1.01, T1=1.03, T2=0.97
a=9,b=1/25,c=16,d=1/16	(X=0, Y=0) (X=1.03, Y=1.0) (X=2.0, Y=2.0)	S1=1.0, S2=1.0, T1=1.03, T2=0.97

a=9,b=1/25,c=16,d=1/25	(X=0, Y=0) (X=1.03, Y=1.1) (X=2.0, Y=2.0)	S1=1.1, S2=0.9, T1=1.03, T2=0.97
a=9,b=1/25,c=25,d=1/4	(X=0, Y=0) (X=1.01, Y=0.85) (X=2.0, Y=2.0)	S1=0.85, S2=1.15, T1=1.01, T2=0.99
a=9,b=1/25,c=25,d=1/9	(X=0, Y=0) (X=1.03, Y=0.98) (X=2.0, Y=2.0)	S1=0.98, S2=1.02, T1=1.03, T2=0.97
a=9,b=1/25,c=25,d=1/16	(X=0, Y=0) (X=1.03, Y=0.99) (X=2.0, Y=2.0)	S1=0.99, S2=1.01, T1=1.03, T2=0.97
a=9,b=1/25,c=25,d=1/25	(X=0, Y=0) (X=1.03, Y=1.0) (X=2.0, Y=2.0)	S1=1.0, S2=1.0, T1=1.03, T2=0.97
a=16,b=1/4,c=16,d=1/4	(X=0, Y=0) (X=0.75, Y=0.75) (X=2.0, Y=2.0)	S1=0.75, S2=1.25, T1=0.75, T2=1.25
a=16,b=1/4,c=16,d=1/9	(X=0, Y=0) (X=0.85, Y=0.9) (X=2.0, Y=2.0)	S1=0.9, S2=1.1, T1=0.85, T2=1.15
a=16,b=1/4,c=16,d=1/16	(X=0, Y=0) (X=0.9, Y=0.95) (X=2.0, Y=2.0)	S1=0.95, S2=1.05, T1=0.9, T2=1.1
a=16,b=1/4,c=16,d=1/25	(X=0, Y=0) (X=0.9, Y=0.99) (X=2.0, Y=2.0)	S1=0.99, S2=1.01, T1=0.9, T2=1.1
a=16,b=1/4,c=25,d=1/4	(X=0, Y=0) (X=0.73, Y=0.7) (X=2.0, Y=2.0)	S1=0.7, S2=1.3, T1=0.73, T2=1.27
a=16,b=1/4,c=25,d=1/9	(X=0, Y=0) (X=0.85, Y=0.9) (X=2.0, Y=2.0)	S1=0.9, S2=1.1, T1=0.85, T2=1.15
a=16,b=1/4,c=25,d=1/16	(X=0, Y=0) (X=0.9, Y=0.95) (X=2.0, Y=2.0)	S1=0.95, S2=1.05, T1=0.9, T2=1.1

a=16,b=1/4,c=25,d=1/25	(X=0, Y=0) (X=0.9, Y=0.98) (X=2.0, Y=2.0)	S1=0.98, S2=1.02, T1=0.9, T2=1.1
a=16,b=1/9,c=16,d=1/4	(X=0, Y=0) (X=0.9, Y=0.8) (X=2.0, Y=2.0)	S1=0.8, S2=1.2, T1=0.9, T2=1.1
a=16,b=1/9,c=16,d=1/9	(X=0, Y=0) (X=0.95, Y=0.95) (X=2.0, Y=2.0)	S1=0.95, S2=1.05, T1=0.95, T2=1.05
a=16,b=1/9,c=16,d=1/16	(X=0, Y=0) (X=0.96, Y=0.98) (X=2.0, Y=2.0)	S1=0.98, S2=1.02, T1=0.96, T2=1.04
a=16,b=1/9,c=16,d=1/25	(X=0, Y=0) (X=0.98, Y=1.01) (X=2.0, Y=2.0)	S1=1.01, S2=0.99, T1=0.98, T2=1.02
a=16,b=1/9,c=25,d=1/4	(X=0, Y=0) (X=0.95, Y=0.8) (X=2.0, Y=2.0)	S1=0.8, S2=1.2, T1=0.95, T2=1.05
a=16,b=1/9,c=25,d=1/9	(X=0, Y=0) (X=0.96, Y=0.96) (X=2.0, Y=2.0)	S1=0.96, S2=1.04, T1=0.96, T2=1.04
a=16,b=1/9,c=25,d=1/16	(X=0, Y=0) (X=0.97, Y=0.97) (X=2.0, Y=2.0)	S1=0.97, S2=1.03, T1=0.97, T2=1.03
a=16,b=1/9,c=25,d=1/25	(X=0, Y=0) (X=0.99, Y=0.99) (X=2.0, Y=2.0)	S1=0.99, S2=1.01, T1=0.99, T2=1.01
a=16,b=1/16,c=16,d=1/4	(X=0, Y=0) (X=0.97, Y=0.85) (X=2.0, Y=2.0)	S1=0.85, S2=1.15, T1=0.97, T2=1.03
a=16,b=1/16,c=16,d=1/9	(X=0, Y=0) (X=1.0, Y=0.95) (X=2.0, Y=2.0)	S1=0.95, S2=1.05, T1=1.0, T2=1.0
a=16,b=1/16,c=16,d=1/16	(X=0, Y=0) (X=1.0, Y=1.0) (X=2.0, Y=2.0)	S1=1.0, S2=1.0, T1=1.0, T2=1.0

a=16,b=1/16,c=16,d=1/25	(X=0, Y=0) (X=1.01, Y=1.01) (X=2.0, Y=2.0)	S1=1.01, S2=0.99, T1=1.01, T2=0.99
a=16,b=1/16,c=25,d=1/4	(X=0, Y=0) (X=0.95, Y=0.8) (X=2.0, Y=2.0)	S1=0.8, S2=1.2, T1=0.95, T2=1.05
a=16,b=1/16,c=25,d=1/9	(X=0, Y=0) (X=0.98, Y=0.95) (X=2.0, Y=2.0)	S1=0.95, S2=1.05, T1=0.98, T2=1.02
a=16,b=1/16,c=25,d=1/16	(X=0, Y=0) (X=1.0, Y=0.98) (X=2.0, Y=2.0)	S1=0.98, S2=1.02, T1=1.0, T2=1.0
a=16,b=1/16,c=25,d=1/25	(X=0, Y=0) (X=1.0, Y=1.0) (X=2.0, Y=2.0)	S1=1.0, S2=1.0, T1=1.0, T2=1.0
a=16,b=1/25,c=16,d=1/4	(X=0, Y=0) (X=1.0, Y=0.85) (X=2.0, Y=2.0)	S1=0.85, S2=1.15, T1=1.0, T2=1.0
a=16,b=1/25,c=16,d=1/9	(X=0, Y=0) (X=1.01, Y=0.95) (X=2.0, Y=2.0)	S1=0.95, S2=1.05, T1=1.01, T2=0.99
a=16,b=1/25,c=16,d=1/16	(X=0, Y=0) (X=1.01, Y=0.99) (X=2.0, Y=2.0)	S1=0.99, S2=1.01, T1=1.01, T2=0.99
a=16,b=1/25,c=16,d=1/25	(X=0, Y=0) (X=1.01, Y=1.01) (X=2.0, Y=2.0)	S1=1.01, S2=0.99, T1=1.01, T2=0.99
a=16,b=1/25,c=25,d=1/4	(X=0, Y=0) (X=0.99, Y=0.8) (X=2.0, Y=2.0)	S1=0.8, S2=1.2, T1=0.99, T2=1.01
a=16,b=1/25,c=25,d=1/9	(X=0, Y=0) (X=1.01, Y=0.95) (X=2.0, Y=2.0)	S1=0.95, S2=1.05, T1=1.01, T2=0.99
a=16,b=1/25,c=25,d=1/16	(X=0, Y=0) (X=1.01, Y=0.98) (X=2.0, Y=2.0)	S1=0.98, S2=1.02, T1=1.01, T2=0.99

a=16,b=1/25,c=25,d=1/25	(X=0, Y=0) (X=1.0, Y=1.0) (X=2.0, Y=2.0)	S1=1.0, S2=1.0, T1=1.0, T2=1.0
a=25,b=1/4,c=25,d=1/4	(X=0, Y=0) (X=0.7, Y=0.7) (X=2.0, Y=2.0)	S1=0.7, S2=1.3, T1=0.7, T2=1.3
a=25,b=1/4,c=25,d=1/9	(X=0, Y=0) (X=0.8, Y=0.9) (X=2.0, Y=2.0)	S1=0.9, S2=1.1, T1=0.8, T2=1.2
a=25,b=1/4,c=25,d=1/16	(X=0, Y=0) (X=0.85, Y=0.95) (X=2.0, Y=2.0)	S1=0.95, S2=1.05, T1=0.85, T2=1.15
a=25,b=1/4,c=25,d=1/25	(X=0, Y=0) (X=0.85, Y=0.95) (X=2.0, Y=2.0)	S1=0.95, S2=1.05, T1=0.85, T2=1.15
a=25,b=1/9,c=25,d=1/4	(X=0, Y=0) (X=0.9, Y=0.75) (X=2.0, Y=2.0)	S1=0.75, S2=1.25, T1=0.9, T2=1.1
a=25,b=1/9,c=25,d=1/9	(X=0, Y=0) (X=0.92, Y=0.92) (X=2.0, Y=2.0)	S1=0.92, S2=1.08, T1=0.92, T2=1.08
a=25,b=1/9,c=25,d=1/16	(X=0, Y=0) (X=0.95, Y=0.95) (X=2.0, Y=2.0)	S1=0.95, S2=1.05, T1=0.95, T2=1.05
a=25,b=1/9,c=25,d=1/25	(X=0, Y=0) (X=0.95, Y=1.0) (X=2.0, Y=2.0)	S1=1.0, S2=1.0, T1=0.95, T2=1.05
a=25,b=1/16,c=25,d=1/4	(X=0, Y=0) (X=0.95, Y=0.8) (X=2.0, Y=2.0)	S1=0.8, S2=1.2, T1=0.95, T2=1.05
a=25,b=1/16,c=25,d=1/9	(X=0, Y=0) (X=0.95, Y=0.95) (X=2.0, Y=2.0)	S1=0.95, S2=1.05, T1=0.95, T2=1.05
a=25,b=1/16,c=25,d=1/16	(X=0, Y=0) (X=0.95, Y=0.95) (X=2.0, Y=2.0)	S1=0.95, S2=1.05, T1=0.95, T2=1.05

a=25,b=1/16,c=25,d=1/25	(X=0, Y=0) (X=0.98, Y=1.0) (X=2.0, Y=2.0)	S1=1.0, S2=1.0, T1=0.98, T2=1.02
a=25,b=1/25,c=25,d=1/4	(X=0, Y=0) (X=0.98, Y=0.8) (X=2.0, Y=2.0)	S1=0.8, S2=1.2, T1=0.98, T2=1.02
a=25,b=1/25,c=25,d=1/9	(X=0, Y=0) (X=0.99, Y=0.95) (X=2.0, Y=2.0)	S1=0.95, S2=1.05, T1=0.99, T2=1.01
a=25,b=1/25,c=25,d=1/16	(X=0, Y=0) (X=1.0, Y=0.98) (X=2.0, Y=2.0)	S1=0.98, S2=1.02, T1=1.0, T2=1.0
a=25,b=1/25,c=25,d=1/25	(X=0, Y=0) (X=1.0, Y=1.0) (X=2.0, Y=2.0)	S1=1.0, S2=1.0, T1=1.0, T2=1.0
ケース⑤		
a=4,b=1/4,c=1,d=1	(X=0, Y=0) (X=1.0, Y=1.0) (X=2.0, Y=2.0)	S1=1.0, S2=1.0, T1=1.0, T2=1.0
a=4,b=1/4,c=4,d=4	(X=0, Y=0)	(S1=0, S2=2.0,
a=4,b=1/4,c=9,d=9	(X=2.0, Y=2.0)	T1=0, T2=2.0),
a=4,b=1/4,c=16,d=16		(S1=2.0, S2=0,
a=4,b=1/4,c=25,d=25		T1=2.0, T2=0)
a=4,b=1/4,c=100,d=100		
a=4,b=1/4,c=10000,d=10000		
a=9,b=1/9,c=1,d=1	(X=0, Y=0) (X=1.0, Y=1.0) (X=2.0, Y=2.0)	S1=1.0, S2=1.0, T1=1.0, T2=1.0
a=9,b=1/9,c=4,d=4	(X=0, Y=0) (X=0.22, Y=0.07) (X=2.0, Y=2.0)	S1=0.07, S2=1.93, T1=0.22, T2=1.78
a=9,b=1/9,c=9,d=9	(X=0, Y=0)	(S1=0, S2=2.0,
a=9,b=1/9,c=16,d=16	(X=2.0, Y=2.0)	T1=0, T2=2.0),
a=9,b=1/9,c=25,d=25		(S1=2.0, S2=0,
a=9,b=1/9,c=100,d=100		T1=2.0, T2=0)

a=9,b=1/9,c=10000,d=10000		
a=16,b=1/16,c=1,d=1	(X=0, Y=0) (X=1.0, Y=1.0) (X=2.0, Y=2.0)	S1=1.0, S2=1.0, T1=1.0, T2=1.0
a=16,b=1/16,c=4,d=4	(X=0, Y=0) (X=0.7, Y=0.25) (X=2.0, Y=2.0)	S1=0.25, S2=1.75, T1=0.7, T2=1.3
a=16,b=1/16,c=9,d=9	(X=0, Y=0)	(S1=0, S2=2.0,
a=16,b=1/16,c=16,d=16	(X=2.0, Y=2.0)	T1=0, T2=2.0),
a=16,b=1/16,c=25,d=25		(S1=2.0, S2=0,
a=16,b=1/16,c=100,d=100		T1=2.0, T2=0)
a=16,b=1/16,c=10000,d=10000		
a=25,b=1/25,c=1,d=1	(X=0, Y=0) (X=1.0, Y=1.0) (X=2.0, Y=2.0)	S1=1.0, S2=1.0, T1=1.0, T2=1.0
a=25,b=1/25,c=4,d=4	(X=0, Y=0) (X=0.8, Y=0.3) (X=2.0, Y=2.0)	S1=0.3, S2=0.7, T1=0.8, T2=0.2
a=25,b=1/25,c=9,d=9	(X=0, Y=0) (X=0.44, Y=0.08) (X=2.0, Y=2.0)	S1=0.08, S2=1.92, T1=0.44, T2=1.56
a=25,b=1/25,c=16,d=16	(X=0, Y=0)	(S1=0, S2=2.0,
a=25,b=1/25,c=25,d=25	(X=2.0, Y=2.0)	T1=0, T2=2.0),
a=25,b=1/25,c=100,d=100		(S1=2.0, S2=0,
a=25,b=1/25,c=10000,d=10000		T1=2.0, T2=0)
a=100,b=1/100,c=1,d=1	(X=0, Y=0) (X=1.0, Y=1.0) (X=2.0, Y=2.0)	S1=1.0, S2=1.0, T1=1.0, T2=1.0
a=100,b=1/100,c=4,d=4	(X=0, Y=0) (X=0.95, Y=0.35) (X=2.0, Y=2.0)	S1=0.35, S2=1.65, T1=0.95, T2=1.05
a=100,b=1/100,c=9,d=9	(X=0, Y=0) (X=0.9, Y=0.1) (X=2.0, Y=2.0)	S1=0.1, S2=1.9, T1=0.9, T2=1.1
a=100,b=1/100,c=16,d=16	(X=0, Y=0)	S1=0.05, S2=1.95,

	(X=0.8、Y=0.05) (X=2.0、Y=2.0)	T1=0.8、T2=1.2
a=100,b=1/100,c=25,d=25	(X=0、Y=0) (X=0.65、Y=0.01) (X=2.0、Y=2.0)	S1=0.01、S2=1.99、 T1=0.65、T2=1.35
a=100,b=1/100,c=100,d=100	(X=0、Y=0)	(S1=0、S2=2.0、 T1=0、T2=2.0)、
a=100,b=1/100,c=10000,d=10000	(X=2.0、Y=2.0)	(S1=2.0、S2=0、 T1=2.0、T2=0)
a=10000,b=1/10000,c=1,d=1	(X=0、Y=0) (X=1.0、Y=1.0) (X=2.0、Y=2.0)	S1=1.0、S2=1.0、 T1=1.0、T2=1.0
a=10000,b=1/10000,c=4,d=4	(X=0、Y=0) (X=1.0、Y=0.4) (X=2.0、Y=2.0)	S1=0.4、S2=1.6、 T1=1.0、T2=1.0
a=10000,b=1/10000,c=9,d=9	(X=0、Y=0) (X=1.0、Y=0.2) (X=2.0、Y=2.0)	S1=0.2、S2=1.8、 T1=1.0、T2=1.0
a=10000,b=1/10000,c=16,d=16	(X=0、Y=0) (X=1.0、Y=0.1) (X=2.0、Y=2.0)	S1=0.1、S2=1.9、 T1=1.0、T2=1.0
a=10000,b=1/10000,c=25,d=25	(X=0、Y=0) (X=1.0、Y=0.07) (X=2.0、Y=2.0)	S1=0.07、S2=1.93、 T1=1.0、T2=1.0
a=10000,b=1/10000,c=100,d=100	(X=0、Y=0) (X=0.95、Y=0.02) (X=2.0、Y=2.0)	S1=0.02、S2=1.98、 T1=0.95、T2=1.05
a=10000,b=1/10000,c=10000,d=10000	(X=0~0.9、Y=0) で複数均衡	S1=0、S2=2.0、 T1=0~0.9、T2=1.1 ~2.0
ケース⑥		
a=4,b=1/4,c=1/4,d=1/4	(X=0、Y=0)	(S1=0、S2=2.0、 T1=0、T2=2.0)、
a=4,b=1/4,c=1/9,d=1/9	(X=2.0、Y=2.0)	(S1=2.0、S2=0、 T1=2.0、T2=0)
a=4,b=1/4,c=1/16,d=1/16		
a=4,b=1/4,c=1/25,d=1/25		
a=4,b=1/4,c=1/100,d=1/100		

a=4,b=1/4,c=1/10000,d=1/10000		
a=9,b=1/9,c=1/4,d=1/4	(X=0, Y=0) (X=1.78, Y=1.93) (X=2.0, Y=2.0)	S1=1.93, S2=0.07, T1=1.78, T2=0.22
a=9,b=1/9,c=1/9,d=1/9	(X=0, Y=0)	(S1=0, S2=2.0,
a=9,b=1/9,c=1/16,d=1/16	(X=2.0, Y=2.0)	T1=0, T2=2.0),
a=9,b=1/9,c=1/25,d=1/25		(S1=2.0, S2=0,
a=9,b=1/9,c=1/100,d=1/100		T1=2.0, T2=0)
a=9,b=1/9,c=1/10000,d=1/10000		
a=16,b=1/16,c=1/4,d=1/4	(X=0, Y=0) (X=1.3, Y=1.75) (X=2.0, Y=2.0)	S1=1.75, S2=0.25, T1=1.3, T2=0.7
a=16,b=1/16,c=1/9,d=1/9	(X=0, Y=0)	(S1=0, S2=2.0,
a=16,b=1/16,c=1/16,d=1/16	(X=2.0, Y=2.0)	T1=0, T2=2.0),
a=16,b=1/16,c=1/25,d=1/25		(S1=2.0, S2=0,
a=16,b=1/16,c=1/100,d=1/100		T1=2.0, T2=0)
a=16,b=1/16,c=1/10000,d=1/10000		
a=25,b=1/25,c=1/4,d=1/4	(X=0, Y=0) (X=1.2, Y=1.7) (X=2.0, Y=2.0)	S1=1.7, S2=0.3, T1=1.2, T2=0.8
a=25,b=1/25,c=1/9,d=1/9	(X=0, Y=0) (X=1.56, Y=1.92) (X=2.0, Y=2.0)	S1=1.92, S2=0.08, T1=1.56, T2=0.44
a=25,b=1/25,c=1/16,d=1/16	(X=0, Y=0)	(S1=0, S2=2.0,
a=25,b=1/25,c=1/25,d=1/25	(X=2.0, Y=2.0)	T1=0, T2=2.0),
a=25,b=1/25,c=1/100,d=1/100		(S1=2.0, S2=0,
a=25,b=1/25,c=1/10000,d=1/10000		T1=2.0, T2=0)
a=100,b=1/100,c=1/4,d=1/4	(X=0, Y=0) (X=1.05, Y=1.65) (X=2.0, Y=2.0)	S1=1.65, S2=0.35, T1=1.05, T2=0.95
a=100,b=1/100,c=1/9,d=1/9	(X=0, Y=0) (X=1.1, Y=1.9) (X=2.0, Y=2.0)	S1=1.9, S2=0.1, T1=1.1, T2=0.9
a=100,b=1/100,c=1/16,d=1/16	(X=0, Y=0) (X=1.2, Y=1.95)	S1=1.95, S2=0.05, T1=1.2, T2=0.8

	(X=2.0、Y=2.0)	
a=100,b=1/100,c=1/25,d=1/25	(X=0、Y=0) (X=1.35、Y=1.99) (X=2.0、Y=2.0)	S1=1.99、S2=0.01、 T1=1.35、T2=0.65
a=100,b=1/100,c=1/100,d=1/100	(X=0、Y=0)	(S1=0、S2=2.0、
a=100,b=1/100,c=1/10000,d=1/10000	(X=2.0、Y=2.0)	T1=0、T2=2.0)、 (S1=2.0、S2=0、 T1=2.0、T2=0)
a=10000,b=1/10000,c=1/4,d=1/4	(X=0、Y=0) (X=1.0、Y=1.6) (X=2.0、Y=2.0)	S1=1.6、S2=0.4、 T1=1.0、T2=1.0
a=10000,b=1/10000,c=1/9,d=1/9	(X=0、Y=0) (X=1.0、Y=1.8) (X=2.0、Y=2.0)	S1=1.8、S2=0.2、 T1=1.0、T2=1.0
a=10000,b=1/10000,c=1/16,d=1/16	(X=0、Y=0) (X=1.0、Y=1.9) (X=2.0、Y=2.0)	S1=1.9、S2=0.1、 T1=1.0、T2=1.0
a=10000,b=1/10000,c=1/25,d=1/25	(X=0、Y=0) (X=1.0、Y=1.93) (X=2.0、Y=2.0)	S1=1.93、S2=0.07、 T1=1.0、T2=1.0
a=10000,b=1/10000,c=1/100,d=1/100	(X=0、Y=0) (X=1.05、Y=1.98) (X=2.0、Y=2.0)	S1=1.98、S2=0.02、 T1=1.05、T2=0.95
a=10000,b=1/10000,c=1/10000,d=1/10000	(X=1.1~2.0、 Y=2.0)で複数均衡	S1=2.0、S2=0、 T1=1.1~2.0、T2=0 ~0.9

参考文献

1. 川端基夫（2013）『立地ウォーズ 企業・地域の成長戦略と「場所のチカラ」』新評論
2. 山田浩之・徳岡一幸（2013）『地域経済学入門』有斐閣コンパクト
3. 大貫学（2007）「地域メッシュ統計データを活用した商圈決定」
<http://www.umds.ac.jp/kiyou/r/20-1/r20-1onuki.pdf>
4. 片山富弘（2005）「小売商圈測定の有効性の検討—修正ハフモデルを中心として—」
http://ci.nii.ac.jp/els/110004627571.pdf?id=ART0007339251&type=pdf&lang=en&host=cinii&order_no=&ppv_type=0&lang_sw=&no=1484112833&cp=
5. 国土交通省ホームページ 「道の駅案内」
<http://www.mlit.go.jp/road/Michi-no-Eki/>